

MSP0002-R00
 2013年5月31日
 エムエス配管解析技術
 水野 貞男

曲げモーメントを負荷した場合のエルボの変形

1. まえがき

曲げモーメントを負荷した場合のエルボの変形に就いては、「配管の設計解析法」⁽¹⁾の4.1.5項で説明しており、特に、面内曲げに関しては、偏平化が起きる力学的原因も解説した。

紙幅の関係から、「配管の設計解析法」では、面外曲げに就いての説明を省略したので、本資料で、それを追加説明する。

2. エルボに加わるモーメント

ここでは、まず、エルボに加わるモーメントに関して、一般的な説明を行う。

2.1 エルボの局所座標系とモーメント負荷

言うまでもないが、モーメント M は、力 F などと同様に、ベクトルの一種で、任意の直交座標系 (X_G, Y_G, Z_G) が与えられれば、 $M=(M_{X_G}, M_{Y_G}, M_{Z_G})$ とする3成分で表される。【ベクトルの定義そのもの】

ここでまず、エルボの局所座標系を、図2-1に示すように定める^(注記)。エルボ上のP点に於いて、エルボの「曲げ平面」(ABC)内で、エルボの曲げ円弧の接線方向に X_L 軸を取り、また点Pから曲げ中心点Cに向く方向に Y_L 軸を取って(この場合は、正方向を外向きに取ったが)、最後に右手系(right hand system)により Z_L 軸を定めて、局所座標系 (X_L, Y_L, Z_L) とする。この局所座標系は、所謂「流動座標系」であり、点Pの位置(例えば、A点からの角度 θ など)によって変化する。

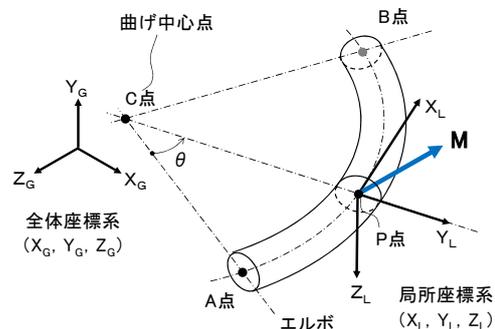


図2-1 エルボの局所座標系とベクトルM

ここで、エルボに任意の一定モーメント M が負荷される場合を考える。

モーメント M を点Pに於ける局所座標系で表すと、 $M=(M_{X_L}, M_{Y_L}, M_{Z_L})$ となるが、この内、 M_{Z_L} はエルボ上で一定となるのに対し、 M_{X_L} と M_{Y_L} の2成分は点Pの位置(θ)に依存して変化する、相互に転換する。

(注記) この局所座標系は、SAP IVのエルボ要素の定義座標系とは異なり、 Y_L 軸の向きが逆になっていることに注意したい。逆にした理由は、後で示す面内曲げモーメント M_{Z_L} 負荷に於いて、正值の M_{Z_L} の場合に、エルボの曲げ曲率が大きくなるようにしたためである。

2.2 エルボの面内・面外曲げモーメント

上記を念頭に、エルボの面内・面外曲げモーメント負荷に就いて説明する。

エルボの面内曲げとは、図2-1に示した「曲げ平面」(ABC)内でエルボを曲げることを指し、モーメント M_{Z_L} を

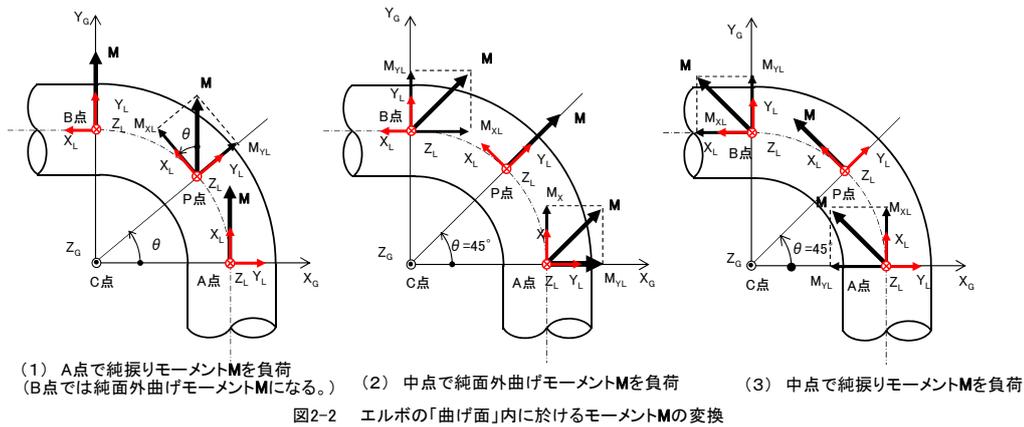
負荷することを言う。そのため、 M_{ZL} を「面内曲げモーメント」と呼ぶが、先にも説明したように、 M_{ZL} は点Pの位置によらず一定であるため、エルボ全体で一定の面内曲げモーメントを負荷することが可能となる。

これに対して「面外曲げ」とは、「ある点Pに於いて」、「曲げ平面」外にエルボを曲げることを意味しており、モーメント M_{VL} を負荷することである。従って、 M_{VL} を「面外曲げモーメント」と呼ぶ。

また同様に、ある点Pのエルボの横断面に於いて、横断面に直交するモーメントベクトル、即ち、モーメント M_{XL} を負荷することを「振り」と言う。従って、 M_{XL} を「振りモーメント」と呼ぶ。

先の説明でも分かる通り、これら「面外曲げモーメント」 M_{VL} と「振りモーメント」 M_{XL} は、点Pの位置により変化し、一定ではないし、また相互に転換するため、例えば、「エルボに面外曲げモーメントを負荷する」と言っても、実際は、エルボ全体で一定の純「面外曲げモーメント」を負荷することはできない。必ず「振りモーメント」も同時に負荷されることになるのである。このため、上記の通り、「ある点Pに於いて」と言う断り書きが付けられているのである。

図2-2は、 90° エルボに、曲げ平面内(M_{ZL} 成分=0)のモーメント M を負荷した状態を、典型的な3ケースに就いて示したものである。



図(1)は、エルボのA点に純振りモーメントを負荷した場合であるが、これは、例えば、P点では、図示のように面外曲げモーメント M_{VL} と振りモーメント M_{XL} との和に分解され、また $\theta=90^\circ$ のB点では、純面外曲げモーメントに転換することが分かる。

図(2)は、エルボ中点($\theta=45^\circ$)に於いて、純面外曲げモーメントになる場合を示したものである。A点とB点では、同じ大きさの面外曲げモーメントと振りモーメントの和になることが分かる。

また図(3)は、同様に純振りモーメントになる場合を示したが、図(2)とは、A点では、面外曲げモーメントが、B点では振りモーメントが、負となっているに過ぎないことが分かる。

いずれも、一定モーメント M を負荷したとしても、エルボ上では、面外曲げモーメント成分 M_{VL} と振りモーメント成分 M_{XL} とに分解され、変化することが分かる。

図2-3は、上記3ケースに関し、エルボ上に於ける面外曲げモーメント成分 M_{VL} の分布を、最大値で基準化して示すが、点Pで純面外曲げ(1.0)となるケースは、エルボ端のA点やB点でも0.71となり、全体平均は0.9となっており、最も偏平化が起き易いことが分かる。その他の2ケースは、最大1.0から0.0まで分布しており、全体平均でも0.64と小さくなることが分かる。(平均値の比 $0.64/0.9=0.71$ である。)

尚、図2-3には、参考に面内曲げモーメントも併せて示したが、これは1.0で一定である。

結論的には、一定モーメント M をエルボに加えた場合、面内曲げモーメントは変化せず、エルボ全体で一定となるが、面外曲げモーメントと振りモーメントは、相互に転換し、一定とはならない。

また、実際のエルボでは、これに剪断力 F が作用し、これによる新たなモーメントが発生し、

モーメントが変化するが、剪断力負荷によるモーメントの増減と、上記で説明した局所座標系の変化による成分転換とを混同しなければ、特に難しいことはない。

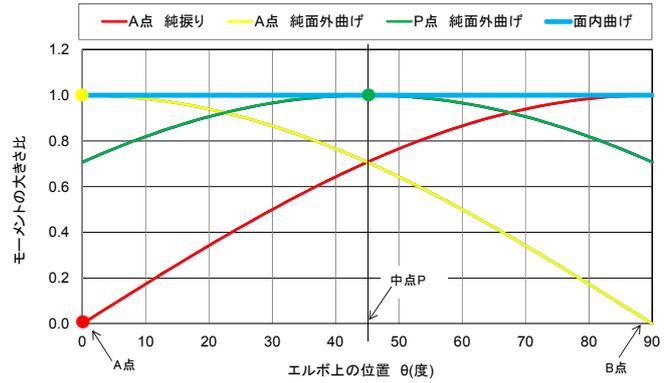


図2-3 90°エルボの面内曲げ・面外曲げモーメントの分布

3. 曲げモーメントが作用する場合のエルボの変形

以上で説明の準備ができたので、本題の曲げモーメントが作用する場合のエルボの変形を説明する。

曲げモーメントが作用する場合のエルボの変形に関しては、「配管の設計解析法」⁽¹⁾の4.1.5項で概ね説明したので、ここではまとめて概略を述べるに留める。

図3-1に、90°エルボの midpoint P にモーメント $M=(M_{XL}, M_{YL}, M_{ZL})$ が作用している状態を示す。 P 点に於いて、それぞれは以下のように呼ばれる。

- M_{XL} : 振りモーメント
- M_{YL} : 面外曲げモーメント
- M_{ZL} : 面内曲げモーメント

以下、面内曲げモーメントと面外曲げモーメントが負荷された場合の断面の偏平化を説明する。

尚、以下の説明では、分かり易くするためと、偏平化が理想的状態に近く、一番起き易い位置と言うことで、エルボ midpoint P でのモーメント負荷とその断面変形として説明しているが、微小変形理論に基づく弾性変形で、解の線形的な重ね合わせができることを前提とすれば、実は、エルボ上の任意点に於いて、任意に負荷されたモーメント M に関し上記3成分を考え、個々別々にその断面変形を考えているものと理解して頂いてもよい。但し、実際のエルボ断面の偏平化は、モーメント成分 M_{ZL} や M_{YL} のエルボ上での変化に応じて変化するだけでなく、同じモーメントを受けたとしても、理想的な状態に近い midpoint P と直管による拘束効果があるエルボ端部とは異なることに留意する必要がある^(注記)。また、振りモーメント M_{XL} が作用しても、基本的には断面の偏平化は発生しないとしている。

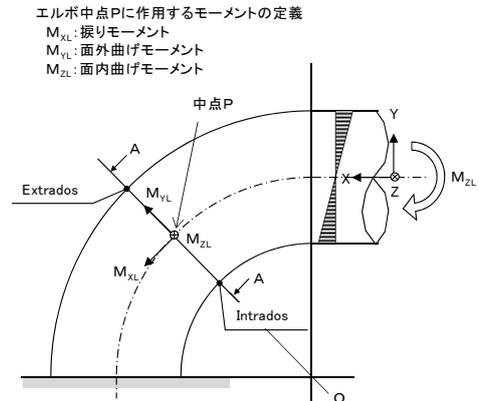


図3-1 エルボに midpoint P にモーメント M_{XL}, M_{YL}, M_{ZL} が作用

(注記) 端部拘束効果に関しては、「配管の設計解析法」⁽¹⁾の4.1.6.c項や4.1.7.f項を参照願いたい。

3.1 面内曲げモーメントによるエルボ断面の偏平化と発生応力

まず、エルボのP点断面に於いて、面内曲げモーメント M_{ZL} が作用する場合を考える。

この場合は、図3-2の図(1)(2)に示すように偏平化し、その長・短軸は、「曲げ平面」に対して直交、或いは平行する方向になる。

偏平化の起きる原因を力学的に考える。

図3-3の図(1)に示すように、エルボをその曲率が大きくなるように面内に曲げる(即ち、P点に於いて正值の面内曲げモーメント M_{ZL} を負荷すると、P点の横断面に、軸方向の曲げ縁応力 σ_B が発生する。或いは、これに微小断面積を掛けた力で表現し、「曲げ縁力」 F が発生する。この曲げ縁力 F は、エルボ最外端(Extrados)で引張り力、最内端(Intrados)で圧縮力となるが、エルボには曲率があるため、図3-3の図(2)に示すように断面を偏平化させる力の分力 F_r を生じ、断面を偏平化させる。図3-3の図(3)には、断面上の F_r の分布を示す(注記1)が、上下・左右で対称の分布で、これが断面を偏平化させ、図3-2の図(1)に示した偏平化を生じるのである。

この偏平化が起きると、2次的にエルボ断面が潰れて、益々、偏平化し曲がり易くなるのである。

尚、軸方向の分力 F_L は釣り合ってキャンセルし、また分力 F_r は円周方向の圧縮膜応力も発生する。

以上に対して、曲率が小さくなる方向に曲げる場合(即ち、モーメント M_{ZL} が負の場合)は、図3-3の図(3)に示す F_r の矢印の向きが全て逆転し、図3-2の図(2)に示した偏平化となる。この場合、偏平化の長軸が曲げと同じ方向に発生するため、曲がりにくくなる(注記2)(注記3)。

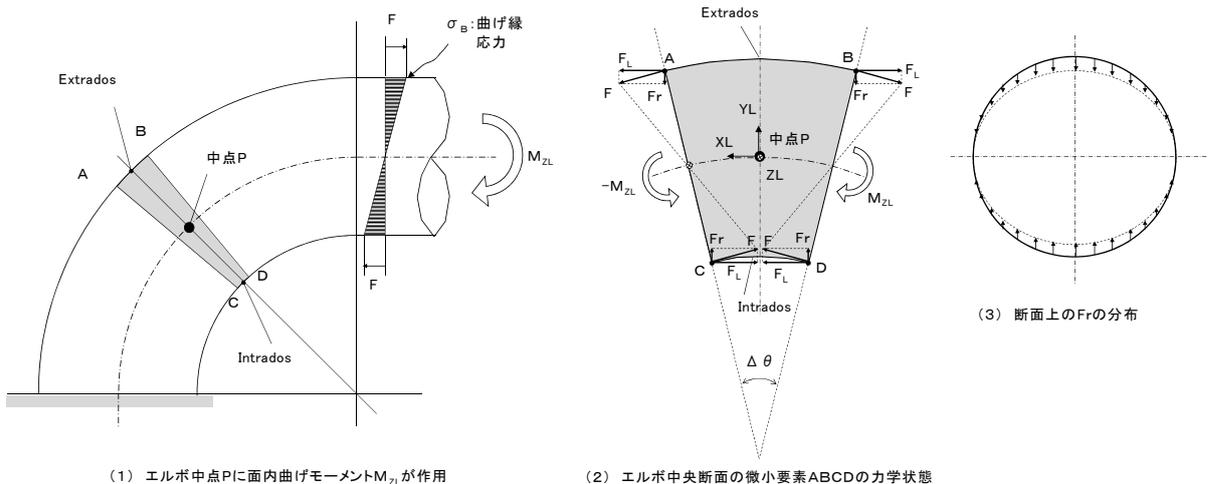


図3-3 面内曲げに於いてエルボに作用する偏平化力

この偏平化の傾向は、エルボの外径(平均半径 r)が大きいほど、曲げ半径 R と肉厚 t が小さいほど著しい。即ち、パイプ係数 $h=tR/r^2$ が小さい程、偏平化し易く、従ってエルボの撓性が大きくなる。

また、偏平化によって発生する断面変位は、軸方向の膜ひずみを増加させる。即ち、エルボ最外端の要素は、 $\sigma_B = M/Z$ となる軸方向の最大曲げ縁応力 σ_B を発生するが、偏平化によって断面変位が発生すると、最外端要素はエルボの曲げ中心に近づくように変位するため、軸方向に相対的に圧縮され、曲げによる引張り膜歪は減少し、曲げ縁応力 σ_B は、図 3-4 に示すように $\sigma_B \rightarrow \sigma_{BOval}$ に減少する。逆に最内端は、相対的に引張りが働き圧縮膜歪が減少し、圧縮応力は $-\sigma_B \rightarrow -\sigma_{BOval}$ に絶対値が減少する。また、このため、引張り圧縮の最大膜歪の発生位置

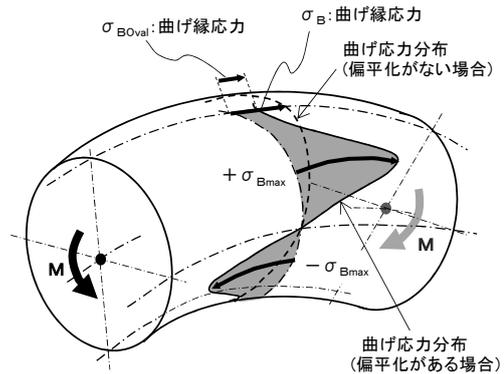


図3-4 断面偏平化による曲げ縁応力 σ_B の変化
(M: 面内曲げモーメント負荷)

は、エルボ横腹側(管軸中心側)に移動する。この結果、加えられた外荷重の曲げモーメント M_{ZL} に釣り合うように、管軸中心からのモーメントアームが短くなった分、極めて大きな膜応力 σ_{Bmax} が発生するのである。これが、梁理論から予測されるものとは全く異なった軸方向応力が発生する原因である。概ね $\sigma_{Bmax} \cong B_2 \sigma_B$ の関係となるが、実際は、次で説明する面外曲げモーメントによる σ_{Bmax} の方が大きく、 B_2 はそちらで決まる。

(注記1) 図 3-3 の図(3)は、Frの分布であり、管壁の変形を示している訳ではないので、誤解がないようにして頂きたい。後で示す図 3-6 の図(3)も同じ。

(注記2) エルボの曲がり易さは、曲率が大きくなる場合と小さくなる場合とでは差があり、通常微小変形理論の解析では、当然この差は出ない。がしかし、有限変形を考慮した弾性解析では明らかに異なっており、また非線形な応答を示す。無論、弾塑性状態に入ると、同様に大きく違ってくることは説明するまでもない。

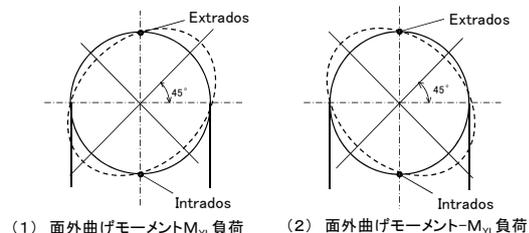
(注記3) 配管は、「空間上の2点間の結ぶ直管」の自由熱膨張変位を吸収するため、2点間を結ぶ直管からはみ出すようにC字やS字状等(つづら折れ)に曲げて引き回される。このため、C字やS字配管を構成するエルボは、概ね外側に凸配置となり(局所的に内側に凹配置もあるが、それは少ない。)、初期昇温を行った場合は、基本的には曲率が大きくなるように変形する。無論、極低温配管の熱収縮の場合は逆になるが、従って、偏平化の長軸が曲げと同じ方向に発生して曲がりにくくなる場合があっても、影響は小さく、実態的には、配管設計や熱膨脹解析に於いて困ることはない。

3. 2 面外曲げモーメントによるエルボ断面の偏平化と発生応力

次に、面外曲げモーメント M_{YL} が負荷される場合の偏平化と発生応力に関して説明する。

前にも述べたように、面外曲げモーメント M_{YL} は、エルボ上で一定ではないので、ここではエルボ中点Pでのモーメント負荷として説明する。或いは、図 2-2 の図(2)に示した「中点Pで純面外曲げモーメントMが作用する状態」と考えてもよい。

面外曲げモーメント M_{YL} がエルボ中点Pに負荷されると、中点の断面は、図3-5の図(1)(2)に示すように偏平化し、偏平化の長・短軸がエルボの「曲げ平面」に対して凡そ 45° 傾くことが特徴である。傾く方向は、モーメントの M_{YL} の正負によって決まる。



(注記)

- ① 上記の断面変形図は、図3-1に示したA矢視図に基づいて見る。
- ② 負荷モーメントの正負は、図3-1に示した中点Pに於ける局所座標系の矢印で判断し、矢の方向が正值である。尚、 M_{ZL} は、紙面の奥方向が正值である。

図3-5 エルボに面外曲げモーメントが作用した場合の偏平化

この偏平化も、面内曲げと同様に考えて力学的原因を究明できる。

図 3-6 の図(1)に示すエルボ中点Pの微小断面要素 ABCD に面外曲げモーメント M_{YL} が作用していると、断面には、軸方向の曲げ縁応力 σ_B が発生し、エルボ横腹上の Q 点とその奥の R 点で曲げ縁応力が最大となり $\sigma_B = M/Z$ を生じる。

面内曲げの場合と同様に、曲げ縁応力 σ_B に微小断面積を掛けた力「曲げ縁力」F を考えると、この曲げ縁力 F は、エルボ横腹中心線上の Q 点で引張り力、R 点で圧縮力となるが、エルボには曲率があるため、図 3-6 の図(2)に示すように、断面を偏平化させる力の分力 F_r を生じる。図 3-6 の図(3)には F_r の分布を示すが、分布は左右回転対称となり、これがエルボ断面を凡そ 45° 傾けて偏平化させ、図 3-5 の図(1)に示した偏平化を生じるのである。

負荷モーメント M_{YL} が負になると、 F_r の矢印が全て反転し、その結果、偏平化の長軸方向が変わり、図 3-2 図(2)に示した偏平化になる。

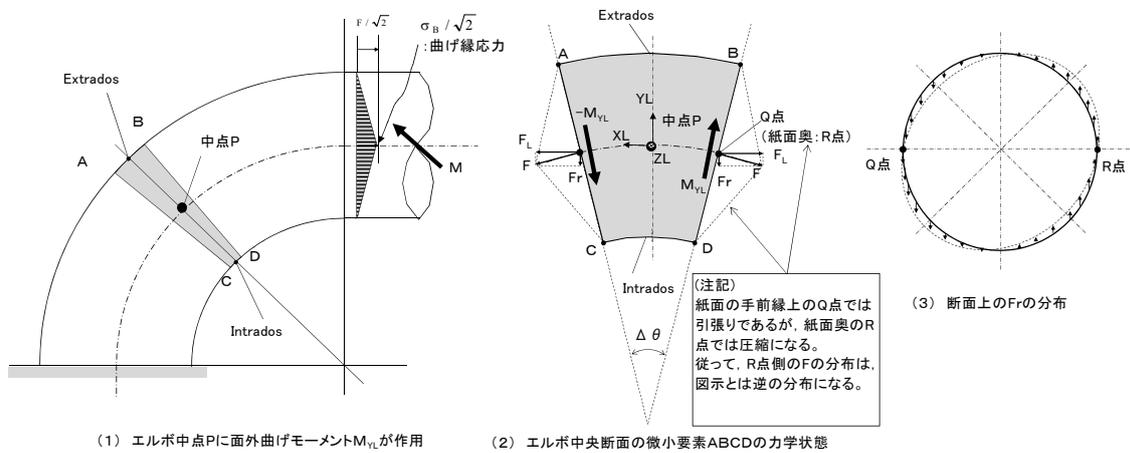


図3-6 面外曲げに於いてエルボに作用する偏平化力

面内曲げと同様に、この場合も偏平化の影響を受け、最大曲げ縁応力 σ_B となる横腹の Q 点や R 点は、高い軸方向の膜応力を発生し、これが B_2 係数を決める要因となる。また、円周方向の高い板曲げ2次応力が凡そ 45° 方向に発生する。

面外曲げの場合は、力学的な相互関係が複雑となるため、面内曲げのようには分かり易く説明できないのが残念である。

4. 結論

エルボが面外曲げモーメントを受ける場合の断面の偏平化に関して追加説明したが、曲げ平面に対して凡そ 45° 傾いた方向に偏平化することが確かめられた。

参考文献

- (1) 水野貞男 「配管の設計解析法」 エムエス配管解析技術, 2013 年 5 月