

MSP0006-R00

2016年6月1日

エムエス配管解析技術

水野

偏肉のあるエルボの撓性係数・応力指数の検討結果

1. 概要

シームレスの中小口径エルボは、マンドレルで熱間塑性加工を行ってパイプ素材から製造されるため、大きな偏肉が生じる。エルボの肉厚は、関連文献(1)の図 2.6-4 (p.51)に例示されているが、エルボ中央断面に於いて、腹側が最も厚く、また背側は最も薄くなる偏肉を示し、両端に行くに従って偏肉は弱まり、端部では、ほぼ一定肉厚になる。また、エルボで最も高応力(2次の板曲げ応力)となる横腹部は、概ね平均板厚に近い肉厚になる。

このような偏肉がある場合、エルボの撓性係数や応力指数がどうなるか、また配管解析に於いてエルボの偏肉をどのように考慮すればよいのかは、興味が湧くところである。

本資料は、6BSch20s エルボの肉厚測定結果から肉厚分布を関数近似し、偏肉を考慮したエルボの詳細シェル解析を行って、撓性係数や応力指数に与える偏肉の影響を検討し、併せて、配管解析時の偏肉の取り扱い方を検討した結果を示すものである。

2. エルボの肉厚分布

関連文献(1)の図 2.6-4 に示されている 4BSch20s エルボ(SUS304, 90°ロング)の肉厚分布を再録して図 1 に示す。図 2 は、図 1 中の肉厚の測定位置を拡大して示したもので、角度 α は、管軸に沿った曲げ角度で $\alpha=0^\circ \sim 90^\circ$ の範囲である。 $\alpha=0^\circ, 90^\circ$ はエルボ端、 $\alpha=45^\circ$ はエルボ中央断面である。また、円周方向の角度は θ (又は、 90° ずれた ϕ) であり、INTRADOS (腹側) を $\theta=0^\circ$ とし、横腹は $\theta=90^\circ$ と 270° , EXTRADOS (背側) は $\theta=180^\circ$ となっている。尚、エルボは、特に曲げ曲率が大きくなる方向に曲げると、断面が扁平化し、エルボ中央断面の横腹部板断面内に2次板曲げの高応力が発生し、この高応力に基づいて応力指数 C_2 が定められている。詳しくは関連文献(1)の p.97 以降を参照。

図 3 と図 4 は、6BSch20s エルボ(SUS304, 90°ロング) 4 個に就いて肉厚測定結果を示したものである。

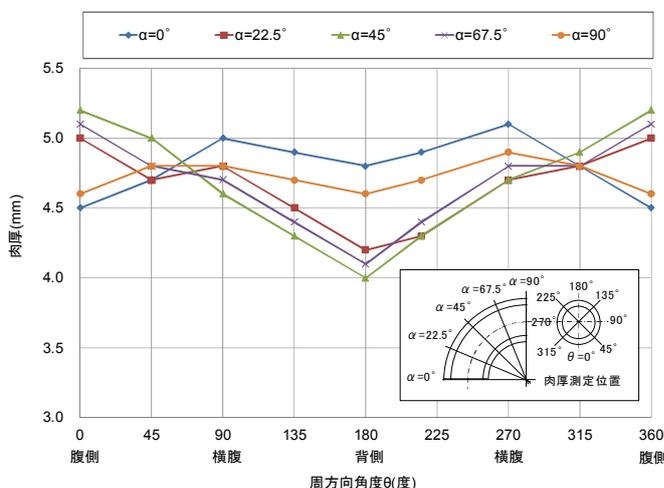


図1 4B Sch20Sのエルボの肉厚分布図(例)

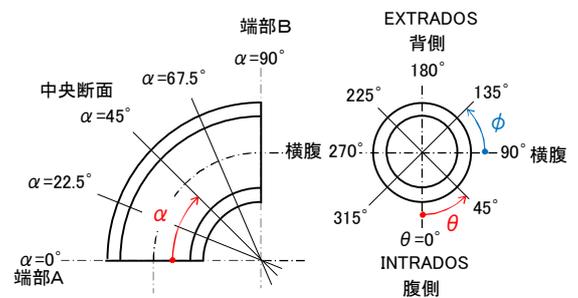


図2 90°エルボの肉厚測定位置図 (軸方向角度 α と周方向角度 θ, ϕ の定義)

まず、図1の4Bエルボを見ると、上記「1. 概要」でも述べた通り、エルボ肉厚は、エルボ中央断面に於いて、腹側が最も厚く、また背側は最も薄くなる偏肉傾向を示し、両端に行くに従って偏肉は弱まり、端部では、ほぼ均一肉厚になることが分かる。また、高応力が発生する横腹部に就いては、ほぼ均一肉厚で、且つ端部の肉厚(平均値)と殆ど変わらないことが認められる。

次に、6Bエルボの図3、図4に就いて見ると、4個のデータで個体差によるばらつきがあるが、4個ともほぼ同じ傾向を示すことが確認できる。また、エルボ中央断面で最も偏肉が大きく、腹側で最大肉厚を、背側で最小肉厚を示し、この傾向は、4Bエルボと全く同様であることも確認できる。

4B、6Bともに、パイプ素材からマンドレルを用いて熱間塑性加工(圧縮+曲げ+拡管)で造られており、腹側は、塑性加工で圧縮されながら曲げられて厚めになるのに対し、背側は、圧縮曲げを受けながらも、相対的には引き延ばされて薄めになる。これに対し、ほぼ中立状態にある横腹部は、中間的な一定肉厚となる。また、エルボ端は、端部で拘束が弱いため塑性加工度も比較的小さく、概ね円周方向に拡管されるだけとなるため、円周方向にほぼ一定肉厚になるが、軸圧縮力による増肉が加わり、横腹部よりも幾分厚めになる。尚、エルボ全体の平均肉厚は、パイプ素材厚と拡管率に依存して決まるが、実際の製作では、最小肉厚となるエルボ中央断面の背側肉厚をいくりにするかで素材厚を決めているので、目標の最小肉厚に左右される。

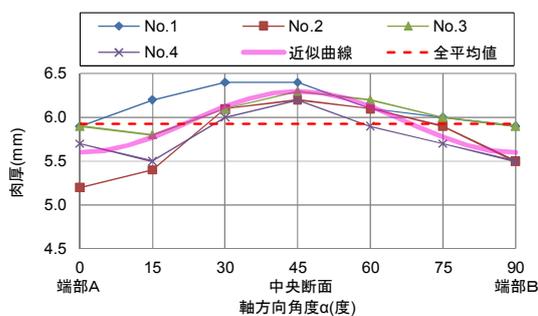


図3 (1) 6Bエルボ $\theta=0^\circ$ (腹側)の肉厚分布

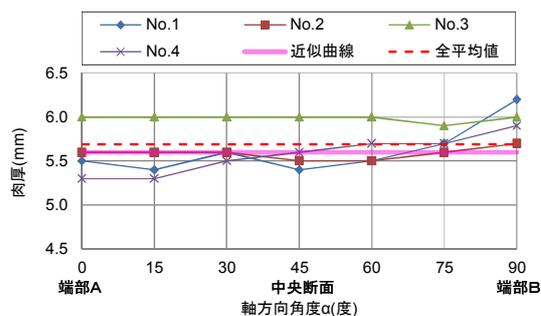


図3 (2) 6Bエルボ $\theta=90^\circ$ (横腹)の肉厚分布

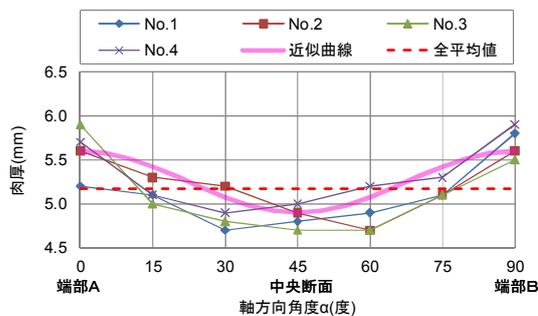


図3 (3) 6Bエルボ $\theta=180^\circ$ (背側)の肉厚分布

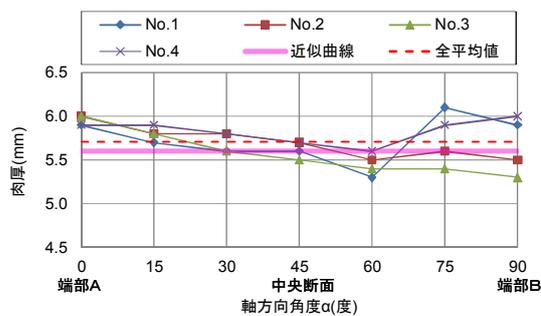


図3 (4) 6Bエルボ $\theta=270^\circ$ (横腹)の肉厚分布

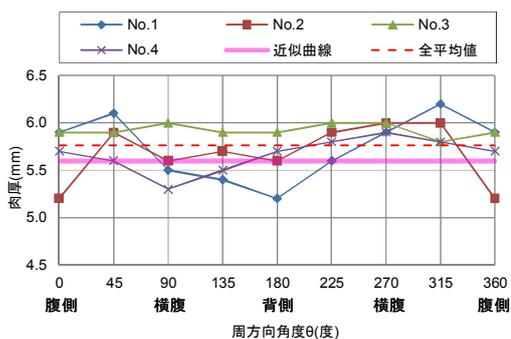


図4 (1) 6Bエルボ $\alpha=0^\circ$ (エルボ端部断面A)の肉厚分布

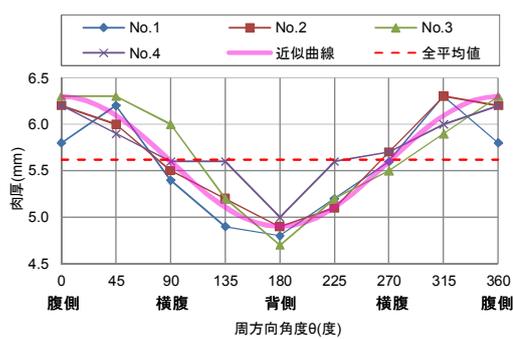


図4 (2) 6Bエルボ $\alpha=45^\circ$ (中央断面)の肉厚分布

以上は、マンドレルでシームレスに製造された4B・6Bエルボの肉厚測定結果であるが、口径が異なっても概ね同じ傾向を持つ。またマンドレル以外のシームレス製造法も概ね同じ傾向を示す。

大口径エルボは、板材をプレス加工して半割を製作し、最後にシーム溶接して仕上げるが、半割のプレス加工に於ける偏肉も基本的には同じ傾向を持つ。また、大口径鋼管を直接曲げる高周波曲げ管(曲げ半径はいろいろであるが)に関しても基本的には同じ偏肉傾向を有する。

以上より、ここで検討する結果は、概ね全てのエルボに当て嵌まるものと考えられる。但し、使用するエルボが実際にどのような肉厚分布になっているかは、予め実態調査を行って把握し、設計・解析することが必要である。また、実機が製作された時点で実測確認し、設計計画通りにできているかを確認するとともに、もし予測と大幅に異なる場合は、設計・解析をやり直すことも必要となる。

3. 肉厚分布の関数近似

エルボの偏肉の影響を検討するため、図3、図4に示した6Bエルボの肉厚分布を関数近似し、詳細解析モデルの板厚設定に用いる。

まず、図4(2)に示したエルボ中央断面の θ 方向の肉厚分布は、図5の赤線で示すように、最大肉厚 t_{\max} と最小肉厚 t_{\min} の差から決まる変動幅 $A(\alpha)$ と平均肉厚 t_m を用い、 θ のコサイン関数として

$$t = A(\alpha) \cdot \cos \theta + t_m \quad (1)$$

ここで、 t : $\alpha=45^\circ$ の中央断面に於ける肉厚分布

$A(\alpha)$: 角度 α に依存する肉厚分布の変動幅。 $\alpha=45^\circ$ の中央断面では $A(\alpha)=A_0$ となる。

t_m : 中央断面での平均肉厚

と表すことができる。尚、 $\alpha=45^\circ$ に於ける変動幅 A_0 と平均肉厚 t_m は、それぞれ

$$A_0 = \frac{t_{\max} - t_{\min}}{2} \quad (2)$$

$$t_m = \frac{t_{\max} + t_{\min}}{2} \quad (3)$$

ここで、 t_{\max} : $\alpha=45^\circ$ エルボ中央断面での最大肉厚($\theta=0^\circ$ 腹側における肉厚)

t_{\min} : $\alpha=45^\circ$ エルボ中央断面での最小肉厚($\theta=180^\circ$ 背側における肉厚)

となる。尚、図5は、図4(2)を参照し、 $t_{\max}=6.3\text{mm}$ 、 $t_{\min}=4.9\text{mm}$ 、 $t_m=5.6\text{mm}$ として計算したものである。

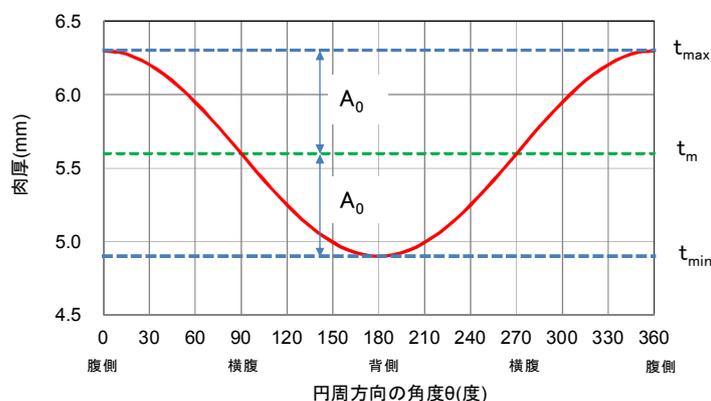


図5 エルボ中央断面の肉厚分布のモデル化

また、図3(1)や図3(3)に示した傾向から、変動幅 $A(\alpha)$ も α のコサイン関数で近似すると、 $\alpha=45^\circ$ での変動幅は A_0 であり、また、 $\alpha=0^\circ$ と 90° では0となるので、結局、 $A(\alpha)$ の式は、

$$A(\alpha) = -\frac{A_0}{2} \cos 4\alpha + \frac{A_0}{2} = \frac{A_0}{2} (1 - \cos 4\alpha)$$

となる。 A_0 に対して(2)式を代入すると、最終的に

$$A(\alpha) = \frac{t_{\max} - t_{\min}}{4} (1 - \cos 4\alpha) \quad (4)$$

と得られる。これを(1)式に代入して書き直すと、求めるべき肉厚分布の近似式は、

$$\begin{aligned} t &= A(\alpha) \cos \theta + t_m \\ &= \frac{t_{\max} - t_{\min}}{4} (1 - \cos 4\alpha) \cdot \cos \theta + t_m \end{aligned} \quad (5)$$

となる。尚、 $A(\alpha)$ を α のサイン関数で近似した場合の結果に就いては、添付資料2を参照。

図3と図4には、(5)式で計算した肉厚をピンクの太線で既に示して置いたが、全般的傾向はよく一致する。

また、図6には、 θ と α に対して計算した詳細な肉厚を示した($t_{\max}=6.3\text{mm}$, $t_{\min}=4.9\text{mm}$, $t_m=5.6\text{mm}$)。

更に、図7には、(5)式による偏肉の様子を、エルボの代表的な断面($\alpha=0^\circ$, 22.5° , 45°)に就いて誇張したイメージ図で示したが、外径に対し内径がずれた形になっていることが分かる。

以上の近似式を用いて、任意位置の肉厚を設定し、偏肉のあるエルボの詳細シェル解析を実施する。

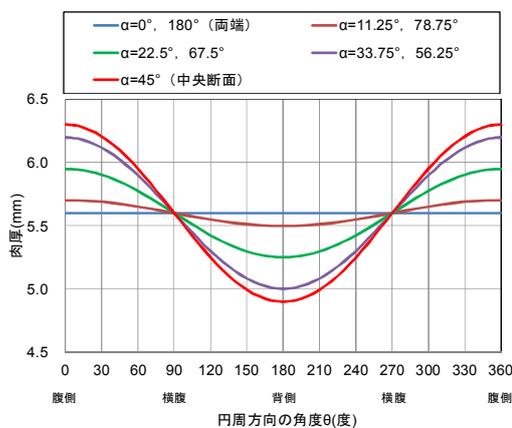


図6(1) 90°エルボの角度 θ 方向の肉厚分布

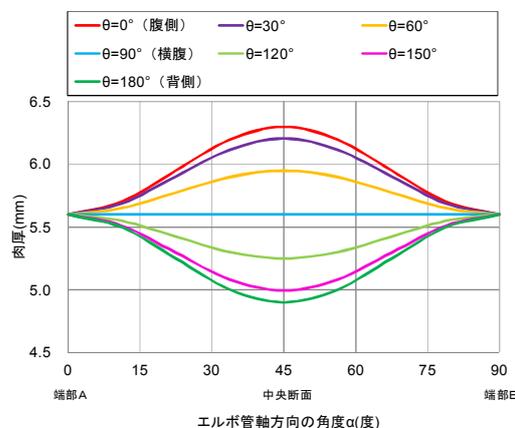


図6(2) 90°エルボの角度 α 方向の肉厚分布

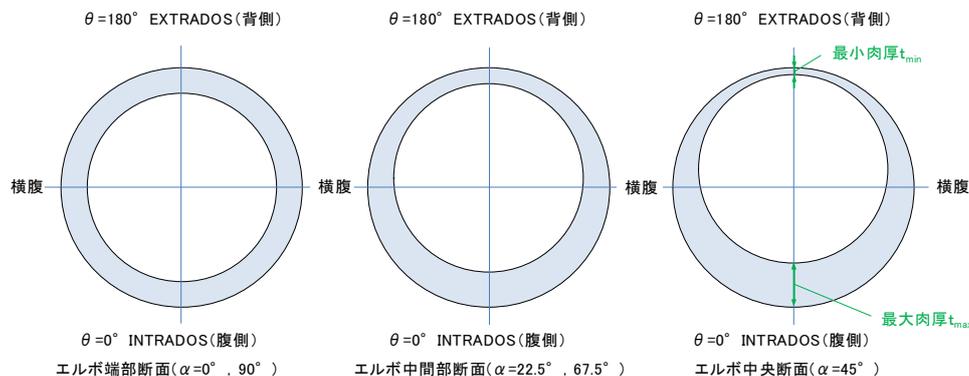


図7 (5)式によるエルボ肉厚分布の偏肉イメージ

4. 6BSch20s 90°エルボの詳細シェル解析

エルボに曲げモーメントが負荷された場合の詳細シェル解析を以下の通り実施した。

表 1 に 6BSch20s の解析モデル配管の基本仕様を示す。

(1) 解析モデル配管

解析モデル配管は、図 8 に示す L 字配管である。エルボ両端には、長さ $10D_o$ の直管を取り付け、配管端部での固定や荷重負荷が、エルボの扁平化などに影響しないように配慮した。

解析コードは SAPIV とし、四角形板シェル要素を用いた。

要素分割は、管周方向は、直管・エルボともに $\theta=10^\circ$ で 36 等分割とし、また管軸方向は、直管部は 20 分割し、要素の最大長さは $1D_o$ とし、エルボ直近では、エルボ部の要素と同じ程度の長さになるように $1/8D_o$ に分割した。エルボ部は $\alpha=3^\circ$ で 30 等分割した。要素数は 2,520、節点数は 2,556 である。

L 字配管の一端 (Q 点) を完全固定とし、管周上の 36 節点に就いて 6 自由度を全部拘束した。

また、負荷荷重としては、エルボ全体に均一なモーメントが負荷されることから、**面内曲げモーメント** (M_z) とし、R 点に負荷した。モーメント負荷に関するモデル化詳細は添付資料 1 による。

尚、固定端や荷重負荷端では、局所応力や局所変形が発生するが、上述したように、 $10D_o$ の直管を取り付けているので、エルボ部の変形には影響がないとして無視し、節点の相互拘束 (タイピング) や断面の補強 (シェル要素の剛性アップ) など、特別なことは行ってはいない。

材料定数は表 1 に示した通りである。SUS304 の 20°C に於ける縦弾性係数 E とポアソン比 ν を用い、解析に必要なシェル弾性定数を求めて入力した。

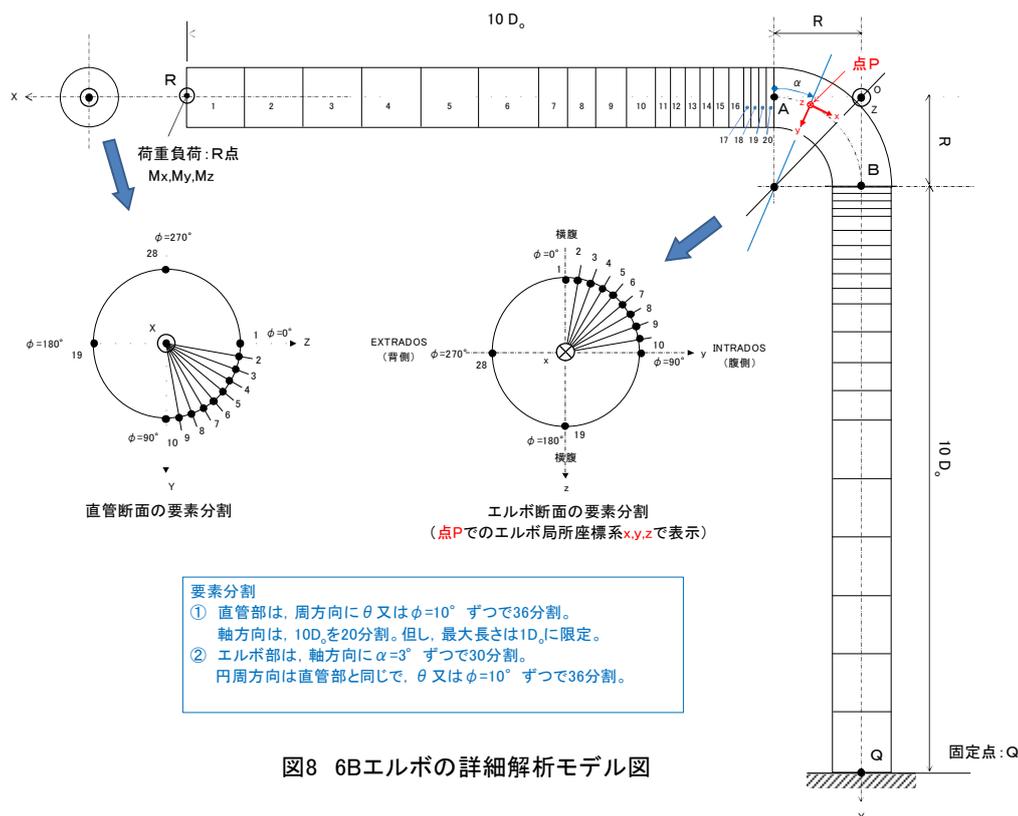
尚、内圧は、エルボの断面変形に大きく影響するが、本解析では負荷していない。

表 1 6BSch20s 90°エルボの L 字配管 基本仕様

項目	記号	単位	仕様
呼び寸法	—	—	6BSch20s
公称外径	D_o	mm	165.2
内径	D_i	mm	155.2
公称肉厚	t_n	mm	5.00
最大肉厚 ^(注1)	t_{max}	mm	6.30
最小肉厚 ^(注1)	t_{min}	mm	4.90
平均肉厚 ^(注1)	t_m	mm	5.60
平均径 (t_n) ^(注2)	D_m	mm	160.2
平均径 (t_m) ^(注2)			159.6
平均半径 (t_n) ^(注2)	r_m	mm	80.10
平均半径 (t_m) ^(注2)			79.80
曲げ半径	R	mm	228.60
曲げ角度	—	度	90
材質	—	—	SUS304
温度	T	$^\circ\text{C}$	20
縦弾性係数	E	kg/mm^2	19,900
ポアソン比	ν	—	0.30
断面積	A	mm^2	2,516.4
断面 2 次モーメント	I	mm^4	8,080,538
断面係数	Z	mm^3	100,881
パイプ係数	$h=tR/r^2$	—	0.1781
撓性係数	$k_{撓}=1.65/h$	—	9.262
応力指数	C_2	—	6.159
応力指数	B_2	—	4.619

(注 1) エルボの肉厚分布を示す。

(注 2) 平均肉厚の計算に用いた肉厚が、公称肉厚 t_n か、平均肉厚 t_m かを示した。



(2) 解析ケース

解析は、表2に示す6種類、11ケースに就いて実施した。

公称肉厚による配管設計用の参考解析(1ケース)と解析の基本となる基本解析(2ケース)で、その他はパラメータサーベイ解析(PS解析)である。

以下に、6種類の解析ケースに就いての位置づけを簡単に説明する。

① 解析ケース1(配管設計用の参考解析)

これは、直管・エルボとも公称肉厚5.0mm(均一)としたもので、配管設計で実施する梁モデルによる撓性解析に対応する。エルボの実際肉厚を考慮していないため、ここでの検討では、純然たる「配管設計用の参考解析」の位置づけである。無論、その妥当性に関しては検証が必要である。

② 解析ケース2,3(平均肉厚による基本解析, 肉厚変動幅比 $A_0/t_m=0.00$)

ケース2は、エルボの肉厚分布の影響を検討するため、平均肉厚5.6mm(均一)でモデル化した解析である。また、この解析は、梁モデルによる撓性解析との対応を検討するための解析でもある。

従って、本解析は、「平均肉厚による基本解析」で、(5)式に於いて $A(\alpha)=0$ とした肉厚での解析である。但し、直管部は5.0mm均一肉厚である。

尚、これ以降の解析では、直管部に就いては、肉厚5.0mm(均一)と5.6mm(均一)の2ケースを1組として解析している。即ち、ケース3の5.6mmの解析は、エルボ変形に対して直管部の肉厚がどのような影響を与えるかを検討するためのパラメータサーベイ解析である。以下、5.6mmでの解析ケースに関する説明は省略する。また、パラメータとして「肉厚変動幅比 A_0/t_m 」を示したが、その定義に関しては表2を参照願いたい。

③ 解析ケース4,5(実肉厚による基本解析, 肉厚変動幅比 $A_0/t_m=0.125$)

ケース4は、エルボの実肉厚分布4.9~6.3mmを直接モデル化した解析である。これは、「実肉厚による基本解析」で、(5)式によって各要素の肉厚を定めた「正分布」肉厚での解析である。

④ 解析ケース 6, 7(肉厚変動幅比 $A_0/t_m = -0.125$)

以下、ケース 6~11 の 6 ケースは、肉厚分布モデルに対するパラメーターサーベイ解析(PS 解析)で、それぞれ肉厚変動幅を-1 倍、2 倍、-2 倍したものである。マイナスは、分布の形を逆転させたもので、ここでは、「正分布」肉厚に対して「逆分布」肉厚と命名している。

具体的には、ケース 6 に就いては、(5)式に於いて、 $A(\alpha)$ の代わりに $-A(\alpha)$ を用いて肉厚分布を逆転した「逆分布」肉厚(6.3~4.9mm)での解析である。

⑤ 解析ケース 8, 9(肉厚変動幅比 $A_0/t_m = 0.250$)

ケース 8 は、(5)式に於いて、 $A(\alpha)$ の代わりに $2A(\alpha)$ を用いて肉厚分布を 2 倍に拡大した「正分布・2 倍」肉厚(4.2~7.0mm)での解析である。

⑥ 解析ケース 10, 11(肉厚変動幅比 $A_0/t_m = -0.250$)

ケース 10 は、(5)式に於いて、 $A(\alpha)$ の代わりに $-2A(\alpha)$ を用いて肉厚分布を逆転し 2 倍に拡大した「逆分布・2 倍」肉厚(7.0~4.2mm)での解析である。

表2 6BSch20s 90°エルボのL字配管詳細シェル解析

解析ケースNo.				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
				公称肉厚(均一)	平均肉厚(均一)		正分布肉厚		逆分布肉厚		正分布・2倍肉厚		逆分布・2倍肉厚	
				参考解析	基本解析	PS解析 ⁽¹⁾	基本解析	PS解析 ⁽¹⁾						
肉厚分布の近似式: (5)式の係数 $A(\alpha)$				-	$A(\alpha) \Rightarrow 0$		$A(\alpha) \Rightarrow A(\alpha)$		$A(\alpha) \Rightarrow -A(\alpha)$		$A(\alpha) \Rightarrow 2A(\alpha)$		$A(\alpha) \Rightarrow -2A(\alpha)$	
接続配管	公称外径	D_o	mm	165.2	165.2	165.2	165.2	165.2	165.2	165.2	165.2	165.2	165.2	165.2
	内径	D_i	mm	155.2	155.2	154.0	155.2	154.0	155.2	154.0	155.2	154.0	155.2	154.0
	公称肉厚	t_n	mm	5.00	5.00	5.80	5.00	5.80	5.00	5.80	5.00	5.80	5.00	5.80
	平均径	D_m	mm	160.20	160.20	159.60	160.20	159.60	160.20	159.60	160.20	159.60	160.20	159.60
	平均半径	r_m	mm	80.10	80.10	79.80	80.10	79.80	80.10	79.80	80.10	79.80	80.10	79.80
エルボ	公称外径	D_o	mm	165.2	165.2	165.2	165.2	165.2	165.2	165.2	165.2	165.2	165.2	165.2
	内径	D_i	mm	155.2	154.0	154.0	154.0	154.0	154.0	154.0	154.0	154.0	154.0	154.0
	公称肉厚	t_n	mm	5.00	5.80	5.80	5.80	5.80	5.80	5.80	5.80	5.80	5.80	5.80
	最大肉厚	t_{max}	mm	-	-	-	6.3	6.3	6.3	6.3	7.00	7.00	7.00	7.00
	最小肉厚	t_{min}	mm	-	-	-	4.9	4.9	4.9	4.9	4.20	4.20	4.20	4.20
	平均肉厚	t_m	mm	5.00	5.80	5.80	5.80	5.80	5.80	5.80	5.80	5.80	5.80	5.80
	平均径	D_m	mm	160.20	159.60	159.60	159.60	159.60	159.60	159.60	159.60	159.60	159.60	159.60
	平均半径	r_m	mm	80.10	79.80	79.80	79.80	79.80	79.80	79.80	79.80	79.80	79.80	79.80
	曲げ半径	R	mm	228.60	228.60	228.60	228.60	228.60	228.60	228.60	228.60	228.60	228.60	228.60
	断面積	A	mm ²	2,516.4	2,807.8	2,807.8	2,807.8	2,807.8	2,807.8	2,807.8	2,807.8	2,807.8	2,807.8	2,807.8
	断面2次モーメント	I	mm ⁴	8,080,538	8,951,193	8,951,193	8,951,193	8,951,193	8,951,193	8,951,193	8,951,193	8,951,193	8,951,193	8,951,193
	断面係数	Z	mm ³	100,881	112,170	112,170	112,170	112,170	112,170	112,170	112,170	112,170	112,170	112,170
	パイプ係数	$h = tR/r^2$	-	0.1781	0.2010	0.2010	0.2010	0.2010	0.2010	0.2010	0.2010	0.2010	0.2010	0.2010
	撓性係数	$k_{ps} = 1.65/h$	-	9.262	8.208	8.208	8.208	8.208	8.208	8.208	8.208	8.208	8.208	8.208
	応力指数	$C_2 = 1.95/h^{2/3}$	-	6.159	5.682	5.682	5.682	5.682	5.682	5.682	5.682	5.682	5.682	5.682
	応力指数	$B_2 = 0.75C_2$	-	4.619	4.262	4.262	4.262	4.262	4.262	4.262	4.262	4.262	4.262	4.262
	応力指数	$i_0 = 1.89/h^{2/3}$	-	5.970	5.508	5.508	5.508	5.508	5.508	5.508	5.508	5.508	5.508	5.508
応力指数	$i_1 = 0.84/h^{2/3}$	-	2.653	2.448	2.448	2.448	2.448	2.448	2.448	2.448	2.448	2.448	2.448	
	肉厚変動幅比 ⁽²⁾	A_0/t_m	-	0.000	0.000	0.125	0.125	-0.125	-0.125	0.250	0.250	-0.250	-0.250	
負荷荷重	面内曲げモーメント	M_z	kg·m	1,007.8	1,007.8	1,007.8	1,007.8	1,007.8	1,007.8	1,007.8	1,007.8	1,007.8	1,007.8	
	内圧	P	kg/cm ²	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
	曲げ応力	σ_b	kg/mm ²	9.990	8.985	8.985	8.985	8.985	8.985	8.985	8.985	8.985	8.985	
解析結果	B_2 応力指数相当(参考)	解析	膜成分	2.57	2.47	2.38	2.63	2.54	2.33	2.26	2.81	2.71	2.45 ⁽³⁾	2.39 ⁽³⁾
		$i_1 = 0.84/h^{2/3}$	-	2.65	2.45	2.45	2.45	2.45	2.45	2.45	2.45	2.45	2.45	2.45
		比	-	0.969	1.009	0.972	1.075	1.036	0.950	0.921	1.147	1.108	0.895	0.862
	C_2 応力指数	解析	-	5.94	5.65	5.46	5.72	5.52	5.53	5.35	5.73	5.53	5.36	5.19
		規格値	-	6.16	5.68	5.68	5.68	5.68	5.68	5.68	5.68	5.68	5.68	5.68
	全体撓性係数	k_{ps}	並進変位	7.975	7.338	7.015	7.352	7.059	7.266	6.941	7.392	7.075	7.220	6.894
			回転角変位	7.975	7.372	7.012	7.414	7.055	7.328	6.966	7.453	7.096	7.282	6.920
		k_{ps}/k_{ps}	-	9.262	8.208	8.208	8.208	8.208	8.208	8.208	8.208	8.208	8.208	8.208
		k_{ps}/k_{ps}	並進変位	0.861	0.894	0.855	0.896	0.860	0.885	0.846	0.901	0.862	0.880	0.840
			回転角変位	8.875	8.076	7.813	8.147	7.869	8.033	7.759	8.204	7.932	7.976	7.709
k_{ps}			8.932	8.138	7.875	8.239	7.984	8.034	7.764	8.343	8.094	7.922	7.652	
k_{ps}/k_{ps}	-		9.262	8.208	8.208	8.208	8.208	8.208	8.208	8.208	8.208	8.208	8.208	

注記 (1) PS解析: パラメーターサーベイ解析
 (2) 肉厚変動幅比は、変動幅 A_0 と平均肉厚 t_m との比である。変動幅は、最大肉厚 t_{max} と最小肉厚 t_{min} の差の1/2である。 $A_0 = (t_{max} - t_{min})/2$, $t_m = (t_{max} + t_{min})/2$
 (3) これらの最大値は、他のケースとは異なった位置で発生している。応力の変化傾向を見るため、同じ位置での応力値を示すと、それぞれ2.19(5.0mm), 2.11(5.6mm)である。

(3) 直管の偏肉

実際には、直管にも偏肉が存在する。しかし、偏肉の程度が小さく、また、実肉厚は、概ね公称肉厚に近いものとなっており、概ね 5.0mm と考えることができる。従って、直管に就いては、公称肉厚 5.0mm の均一肉厚でモデル化する。

但し、上記(2) 解析ケースでも説明した通り、パラメーターサーベイとしては、エルボの平均肉厚に一致させた 5.6mm の解析も併せて実施し、直管肉厚がエルボ変形に与える影響を把握する。

(4) 偏肉がある場合のエルボのモデル化

エルボが偏肉している場合、解析モデルを実物とぴったり一致させることは難しいので、以下の点でモデル化を簡素化している。

まず配管は、所謂「外径基準」で製作され、外径 D_o が守られており(製作誤差は別として)、肉厚が厚い場合は、内径が小さくなり、逆に薄い場合は、内径が大きくなる。これは、偏肉している場合に就いても同じである。このため、**肉厚中心で決まる断面円**(注記 1)の中心は、外径の中心とは一致しない。また曲げ中心もずれるため、これらを正確にモデル化するのは極めて難しく、また面倒である。

従って、ここでは、公称外径 D_o と平均肉厚 t_m (注記 2)で定まる平均半径 r_m の円(無論、中心は外径 D_o の中心に一致。)を想定し、この平均半径で節点の空間的位置を定めて要素分割する。従って、偏肉による厚肉部では、シェル要素の外側側の面(解析モデル上、実在はしないが)は、公称外径より外側にはみ出し、逆に薄い部分では、内側にへこむと言う結果になる。これはモデル化上の誤差であるが、影響は小さいとして無視する。

また、直管とエルボで平均半径が異なる場合は、例えば、ケース 2 の場合、図 9 に模式図を示すように、エルボの**端部シェル要素**で平均半径の違いを処理し、当該シェル要素の直管側の節点は、直管側の平均半径 r_{mP} とし、反対側の節点はエルボ側の平均半径 r_{mE} でモデル化する。これは、図に模式的に示したように、実際の溶接継手構造に概ね対応しており、妥当な取扱である。(無論、溶接変形は考慮していないが。)

(注記 1) 1つの近似的な断面円が決まるとしての話。

(注記 2) 平均肉厚も、断面毎での平均肉厚とか、エルボ全体での平均肉厚とかがあり、それぞれ値が異なる。ここでは、中央断面($\alpha=45^\circ$)での平均値としており、それを、何ら断りもなく、各断面での平均値やエルボ全体での平均値にしてしまっている。

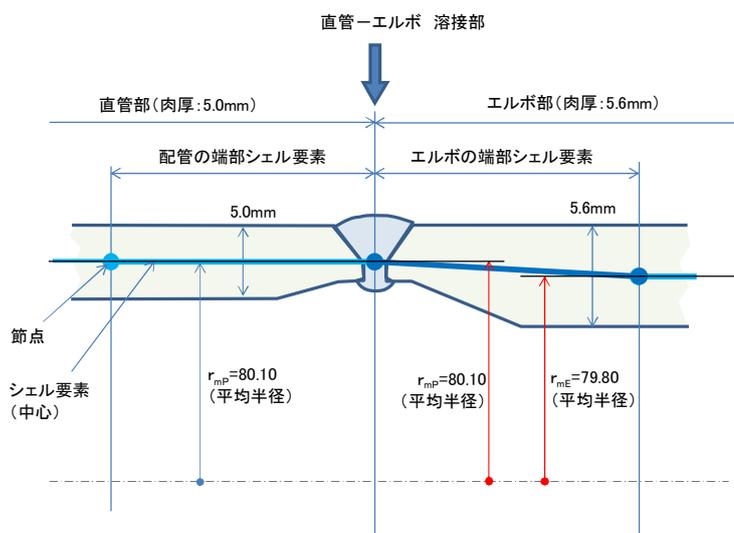


図9 肉厚が異なる場合の直管－エルボ接続部のモデル化

5. 解析結果

表2には、解析で得られた応力指数と撓性係数を既に示してあるが、それを見ながら、以下、応力分布や応力指数・撓性係数などに就いて説明する。

(1) エルボ中央断面の応力分布

図10と図11には、基本解析のケース2とケース4に就いて、エルボ中央断面の応力分布を示す。

尚、関連文献(1)の第4.1.7項(p.105~)に示した応力分布と比較できるように、横軸は、周方向角度 ϕ で表示した。 θ と ϕ の関係は、図2に示したように 90° ずれているだけである。

また図12は、ケース6(「逆分布」肉厚)も加え、3つで比較したものである。

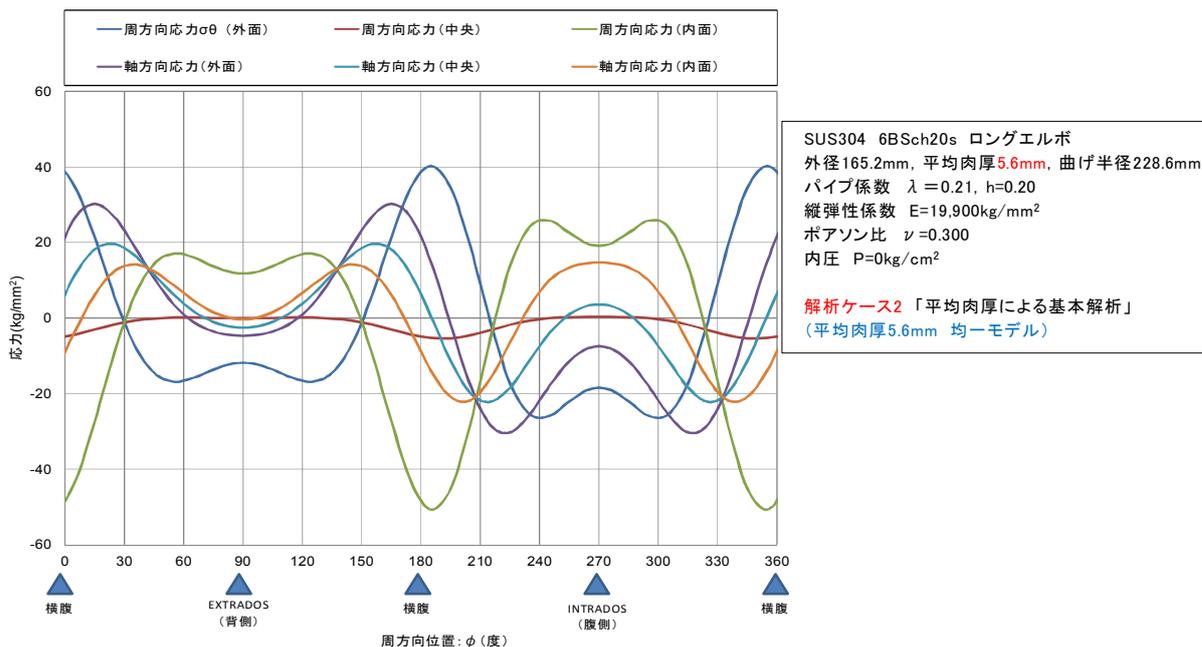


図10 エルボ中央断面に於ける応力分布(解析ケース2)

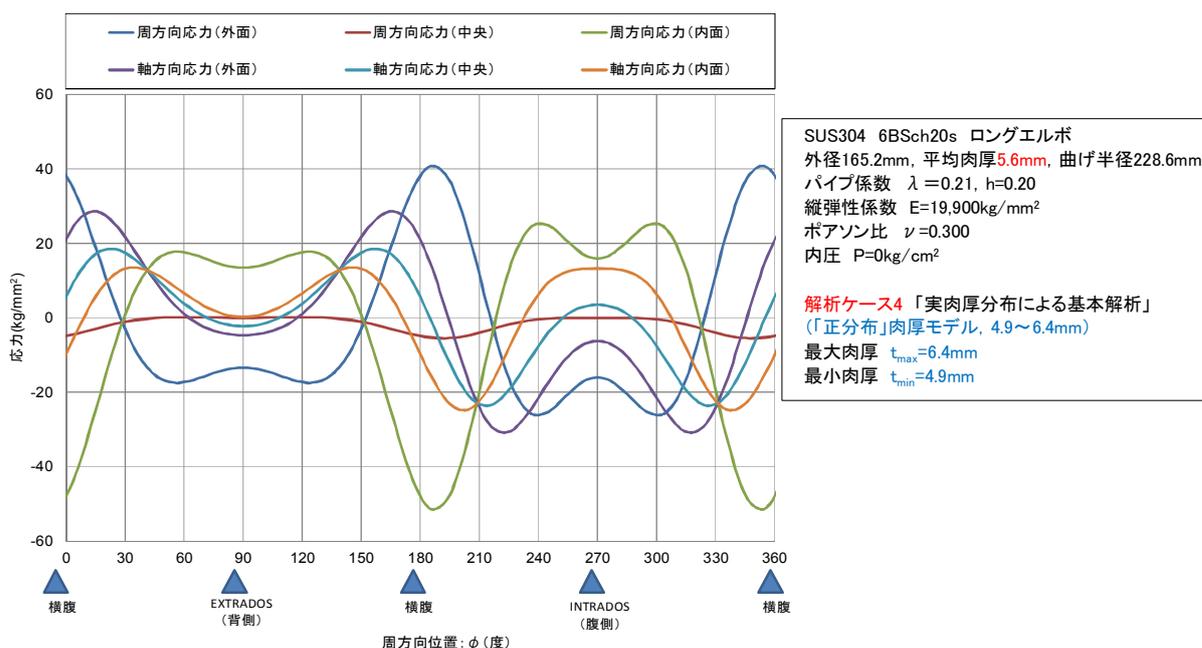


図11 エルボ中央断面に於ける応力分布(解析ケース4)

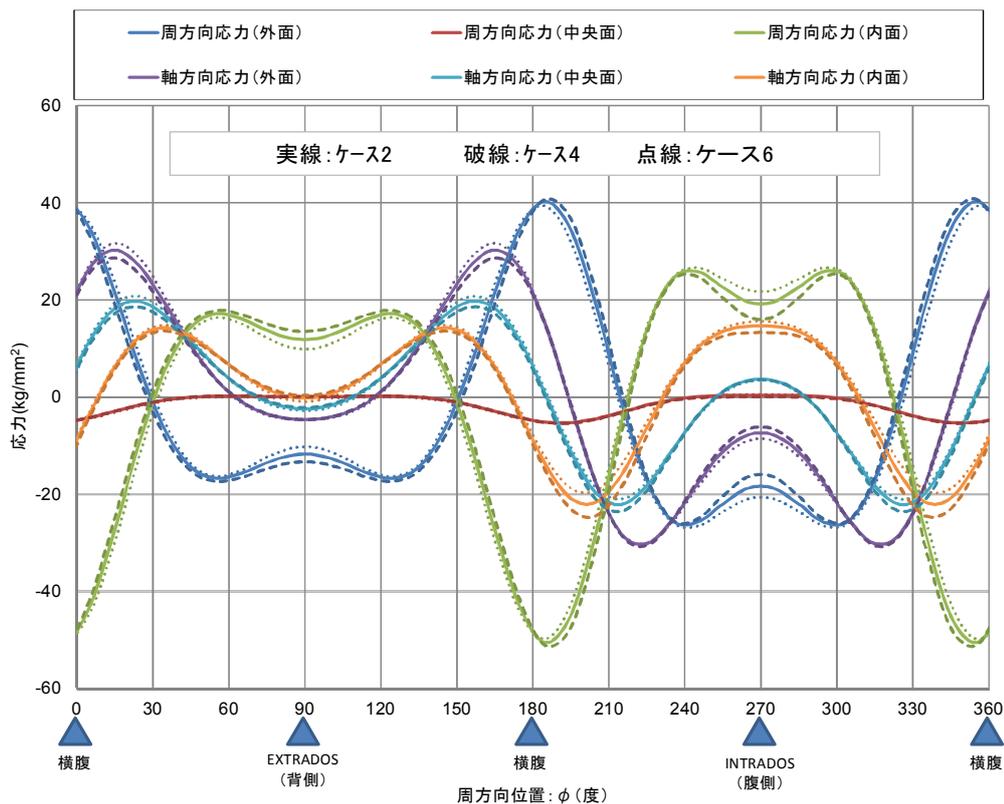


図12 エルボ中央断面に於ける応力分布(解析ケース2, 4, 6の比較)

図12を見ると、3つの応力分布は、概ね同じ形であり、ケース4(正分布)とケース6(逆分布)は、平均肉厚モデルのケース2を挟んで並んでおり、ケース4, 6に対して、ケース2はよい近似であることが分かる。

ここで、 C_2 応力指数に対応する周方向2次曲げ最大応力に着目すると、最大値(絶対値)は、横腹部(幾分腹側に寄った位置)の内面側で発生し、ケース4の $-51.3\text{kg}/\text{mm}^2$ に対し、ケース2は $-50.7\text{kg}/\text{mm}^2$ で、誤差 -1.2% と十分な近似値を与える。ケース6は、 $-49.6\text{kg}/\text{mm}^2$ であり、これに対しては誤差 $+2.2\%$ である。

また、周方向応力に関して肉厚分布の影響が顕著となるのは、横腹の高応力部より、当然、肉厚の異なる背側とか腹側に於いてであり、特に腹側に大きな影響が見られる。ケース4の腹側は、ケース2よりも厚肉になるため曲がりにくく、低い曲げ応力を示し、逆に背側は、薄肉になるため曲がり易く、高い曲げ応力を示すことが分かる。これに対してケース6は、全く逆の傾向を示すので、肉厚と曲げ応力の大小関係は、一応辻褄が合っている。但し、曲げ応力(絶対値)自体は $15\sim 20\text{kg}/\text{mm}^2$ と最大応力の $\sim 50\text{kg}/\text{mm}^2$ に比べ小さいのに比べて、応力の変動幅は $\pm 2\text{kg}/\text{mm}^2$ となるため、 $\pm 10\%$ を超す大きな影響度となっている。このことから、**横腹部の最高応力の差が小さかったのは、肉厚が殆ど変わらないことも一因と言える。**

軸方向応力に就いては、負荷モーメントに力学的に平衡する膜応力(中央面)が重要で、偏肉によって曲げ中心が移動し、応力の出方が変わることが認められる。即ち、 $\phi = 210^\circ$ 近辺で負の最大値が発生するが、ケース2に対し、曲げ中心が腹側にずれるため、ケース4の絶対値は大きくなり、逆に、背側にずれるため、ケース6は小さくなる。これに対し、反対側の正の最大値は 150° 近辺に発生し、ケース2に対して、ケース4は小さくなり、ケース6は大きくなる事が分かる。

(2) 「局所撓性係数」と「全体撓性係数」

表2に示した通り、撓性係数に就いては、「局所撓性係数」と「全体撓性係数」の2種類を求めた。

「局所撓性係数」は、エルボ中央断面を挟む $\alpha=42^\circ \sim 48^\circ$ の 2 要素間^(注記1)の相対変位から求めたもので、直管によるエルボ端部の拘束効果が加わっていない撓性係数である。これに対して「全体撓性係数」は、エルボの両端(図 8 の点 A と点 B)での相対変位から求めたもので、直管による端部拘束効果が加わったものである。

撓性係数の ASME 規格式 $k=1.65/h$ は、修正曲がり梁理論に基づいた Von Kármán の近似解で、端部効果は考慮されていない。従って、局所撓性係数がそれにほぼ相当する。実際に、規格式による計算値と解析結果を比較すると、局所撓性係数は、ケース 2 とケース 4 に就いては 96%~99% でよく一致する。また、全体撓性係数は 89%~90% となっており、局所撓性係数と比べ、両端の拘束効果により約 10% 撓性が低下することが分かる。更に、直管の肉厚が 5.6mm になると、エルボに対する直管による端部拘束効果が増加し、エルボ撓性は概ね 3~4% 低減することが分かる。

尚、表 2 では、解析による撓性係数は、「並進変位」によるものと「回転角変位」によるものの 2 種類を求めている。エルボの管軸直断面上の節点の並進変位(エルボ局所座標系 x 方向)を等価線形化处理し、断面全体の平均的な回転角を求めて計算した値と、節点の回転角変位(エルボ局所座標系 z 方向)の単純平均値から求めた値の 2 種類であるが、両者は概ね一致する。

(注記1) 実際は、1 要素毎に計算し、2 つの平均値を用いている。1 要素毎の値も、相互にほぼ等しい。

(3) 応力指数

応力解析で求めることができるのは、基本的には C_2 応力指数である。これに対し B_2 応力指数は、1 次応力に対する塑性崩壊や塑性破断に基づいて定める必要があり、弾性解析だけでは求めることが難しい。ここでは、参考として解析応力を検証する目的で、軸方向応力の膜成分(中央面)の最大値(絶対値)を、 $i_t=0.84/h^{2/3}$ と比較して検討した。関連文献(1)の p.110 (4.1-34,35)式を参照。

C_2 指数は、横腹部の周方向 2 次曲げ最大応力(絶対値)によって決まり、上記(1)項の通り、2 次曲げの最大応力は、ケース 4 は $51.3\text{kg}/\text{mm}^2$ 、ケース 2 は $50.7\text{kg}/\text{mm}^2$ である。これらの応力指数は、表 2 に示すように、ケース 4 は 5.72、ケース 2 は 5.64 となる。これに対し、規格式($C_2=1.95/h^{2/3}$)による値は 5.68 で、ケース 2、ケース 4 に対して誤差 1% 未満でよく一致する。

B_2 指数に相当する軸方向応力の膜成分(中央面)の最大値(絶対値)は、ケース 4 の $23.6\text{kg}/\text{mm}^2$ に対し、ケース 2 は $22.2\text{kg}/\text{mm}^2$ で、誤差は約 -6% で概ね一致している。また、これらに就いても応力指数を出すと、ケース 4 は 2.63、ケース 2 は 2.47 と得られる。参考として $i_t=0.84/h^{2/3}$ による応力指数は 2.45 となり、ケース 4 は、誤差 -7%、ケース 2 とは誤差 -1% でよく一致する。

(4) 肉厚変動幅比(A_0/t_m)をパラメータとした応力指数と撓性係数の検討

偏肉に関して幅広いパラメータサーベイを行ったので、「肉厚変動幅比(A_0/t_m)」で応力指数と撓性係数を整理すると、図 13 に示すようになる。

応力指数、撓性係数とも肉厚変動幅比(A_0/t_m)に依存して単調増加する傾向を示し、ケース 4 に対し、ケース 2 が全般によい一致を示すことが改めて確認できる。また、規格式で計算した値ともよく一致する。

局所撓性係数と全体撓性係数の差は、直管による端部拘束効果によるが、これは 10% 程度で、肉厚変動幅比(A_0/t_m)には殆ど依存しないことが分かる。また、直管肉厚が 5.6mm となった場合も、全般に 3~4% 程度の撓性係数や応力指数の低下が見られるが、これも肉厚変動幅比(A_0/t_m)には殆ど依存しないことが分かる。

以上より、図 13 から、偏肉が±2 倍と激しくなっても、平均肉厚 t_m が一致していれば、平均肉厚モデル(ケース 2)で概ね近似できることが分かる。

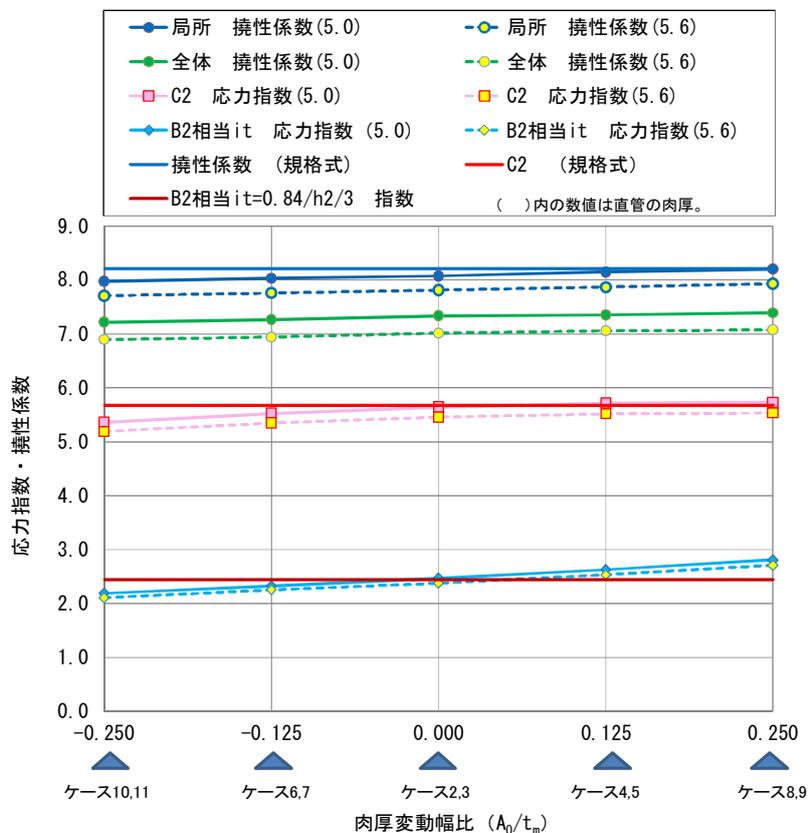


図 13 応力指数・撓性係数と肉厚変動幅比の関係

(5) 配管の撓性解析に関する検討

配管設計用の撓性解析は、梁モデルを用いて実施し、その際の撓性係数 k はケース 1 の 9.26 である。実際のエルボの応答挙動はケース 4 となるので、その場合の全体撓性係数は 7.35 となる。従って、設計用の撓性係数 k の持つ誤差は +26% である。このような大きな誤差は、一般的な解析では許されない。

精度の高い解析を行うためには、少なくともケース 2 のモデル化を行うことが必要で、エルボの肉厚分布を測定し、平均肉厚でモデル化することが必要となる。

因みに C_2 応力係数は、ケース 4 は 5.72、ケース 2 は 5.65 である。これに対して規格値は $C_2=6.16$ である。5.72 に対して +8% 保守的に見積もられているが、この保守性を以って撓性係数の誤差を吸収・キャンセルできると言う議論にはならない。これに関しては、関連文献(1)の第 2 章「解析哲学」を参照願いたい。

以上は、エルボに均一の面内曲げモーメントを負荷した場合の結果である。実際の配管では、面外や振りモーメントも重畳するし、また、エルボ内ではモーメントが変化し、分布する。これらの点も検討し、総合的な結論を得る必要があるが、もし解析の近似精度が悪い場合は、配管用設計解析(撓性解析)に関しても見直しが必要となるであろう。

当面、偏肉がある場合は、少なくとも平均肉厚でモデル化することが必要と判断される。また、 C_2 応力係数に絡む 2 次曲げ最大応力を適正にするためには、エルボ横腹の肉厚が平均肉厚と一致することが必須である。(本来は、解析対象と解析モデルは一致するのが大前提。)

6. 結論

6BSch20s エルボの面内曲げ解析の結果以下の結論が得られた。表3のまとめ表を参照。

(1) エルボの偏肉を直接考慮した解析と平均肉厚でモデル化した解析とを比較した結果、エルボの応力分布はよく一致し、特に重要な横腹部の周方向2次曲げ最大応力(絶対値)もよく一致し、平均肉厚によるモデル化が可能で、且つ妥当であるとの結果を得た。

尚、横腹部の周方向2次曲げ最大応力(絶対値)は、規格式($C_2=1.95/h^{2/3}$)による値ともよく一致した。また、軸方向応力の膜成分(中央面の値)の最大値(絶対値)は、 $i_c=0.84/h^{2/3}$ による値とよく一致した。

(2) 高応力となるエルボ横腹部の実際の板厚は、平均肉厚に一致させることが必要である。

エルボ製作時は、最小肉厚となる背側の肉厚に着目するだけでなく、高応力が発生する横腹部の肉厚も制御することが必須条件である。因みに、内圧によるフープ方向(円周方向)応力は、腹側で大きくなるので、背側の最小肉厚に注意するだけでなく、腹側の厚い肉厚にも注意を払うことが必要である。

(3) 撓性係数としては、局所撓性係数と全体撓性係数の2種類を求めたが、局所撓性係数は、ASME規格値($k=1.65/h$)とよく一致した。また、全体撓性係数は、直管によるエルボ端部の拘束効果があり、10%程度小さい値となった。

(4) 配管の設計解析として実施する梁モデルによる撓性解析は、呼び寸法(公称外径・公称肉厚)によるモデル化(撓性係数 k の値も含め)を行っているが、本検討によれば、撓性係数 k は、実際値よりも26%も大きな値を用いており、解析としては余りにも誤差が大きく許容されない。表3参照。

従って、エルボに関しては平均肉厚でモデル化し、撓性解析の精度向上を図ることが必要である。

本来、解析は必要精度を保持して行われるべきで、所謂「保守的な値」を用いて実施すべきものではない。撓性係数を大きめに見ると、必然的に応力指数 C_2 なども大きめに見るので、これによって解析誤差は補償されると言う目論見かも知れないが、補償の妥当性を証明し、且つ保証できないので、通用しない。また、解析と強度評価と言う異次元のものを同一視しており、認識に大きな誤りがある。

表3 検討結果のまとめ表

解析モデル名称			公称肉厚モデル	平均肉厚モデル	実肉厚分布モデル
			配管設計用の参考解析	平均肉厚による基本解析	実肉厚による基本解析
解析ケースNo.			ケース1	ケース2	ケース4
B ₂ 応力指数 (参考)	解析	膜成分	2.57	2.47	2.63
	$i_c=0.84/h^{2/3}$	—	2.65	2.45	2.45
	比	—	0.97	1.01	1.07
C ₂ 応力指数	解析	—	5.94	5.65	5.72
	規格式($1.95/h^{2/3}$)	—	6.16	5.68	5.68
	比	—	0.96	0.99	1.01
全体撓性係数	k _全	並進変位	7.98	7.34	7.35
		回転角変位	7.98	7.37	7.41
	k _規 =1.65/h	—	9.26	8.21	8.21
	k _{全並} /k _規	—	0.86	0.89	0.90
局所撓性係数	k _局	並進変位	8.88	8.08	8.15
		回転角変位	8.93	8.14	8.24
	k _規 =1.65/h	—	9.26	8.21	8.21
	k _{局並} /k _規	—	0.96	0.98	0.99

7. 今後の課題

本検討は、6BSch20s のロングエルボに面内曲げモーメントを負荷した解析結果である。

今後の課題としては、以下が上げられる。逐次検討して行く予定である。

- (1) 6BSch20s 以外の寸法(外径, 肉厚)のエルボに就いても検討が必要である。これは、基本的にパイプ係数 h をパラメータに検討することになる。
- (2) ロングエルボに対し、ショートエルボや曲げ半径の大きい曲げ管などの検討が必要である。曲げ半径 R の大小は、これもパイプ係数 h として処理され、上記(1)に包含される。
- (3) 荷重に就いては、面内曲げモーメント以外に、面外曲げや振りモーメントに対する検討が必要である。
- (4) 今回は、 90° エルボを解析したが、 90° 以外の $30^\circ \sim 180^\circ$ までのいろいろな曲げ角度のエルボに就いても検討が必要である。これは、関連文献(1)の 4.1.6.c 項で検討した規格に基づく撓性係数の適用限界に絡んだ話である。曲げ角度が小さい場合、実質的に、撓性係数 $k=1.0$ となるものが出てくる。
- (5) 更に(4)の延長線上の問題として、例えば、エルボ端部にフランジが取り付けられた場合など、端部拘束の問題も解明する必要がある。
- (6) 端部拘束に関連するが、エルボ同士の接続に係わる問題もある。特に、 $1D_0$ 以下の短管で繋ぐ場合の相互干渉の問題や Carry Over factor (COF) の問題などがある。これに就いては、エルボ端部の周溶接による溶接変形と COF の重畳の問題などもある。

8. 関連文献

- (1) 水野貞男「配管の設計解析法」エムエス配管解析技術 (2013年5月)

【補足資料1】 モーメントの負荷方法

配管端部に加える曲げモーメントの負荷に就いて補足説明する。

配管にモーメントMを加えると、配管断面には、図A-1に示すように曲げ応力 $\sigma(\theta)$ が発生する。

「曲げ縁応力」を σ_B とすると、周方向角度 θ に於ける応力 $\sigma(\theta)$ は下式となる。

$$\sigma(\theta) = \frac{r_m \sin \theta}{r_m} \sigma_B = \sigma_B \sin \theta \quad (\text{A-1})$$

ここで、 σ_B : 曲げ縁応力で次式による。

$$\sigma_B = \frac{D_m M}{2I} = \frac{r_m}{I} M \quad (\text{A-2})$$

r_m : エルボの管断面の平均半径

I : 管の断面2次モーメント

シェル解析では、離散的な負荷荷重 f_i を節点に入力するので、要素の断面積を考慮し、 f_i は次式で計算する。

$$f_i = \sigma(\theta_i) \frac{A}{N} = \frac{A}{N} \sigma_B \sin \theta_i \quad (\text{A-3})$$

ここで、 $\sigma(\theta_i)$ は、角度 θ_i に於ける曲げ応力(図A-1 参照。)

A : 管やエルボの管断面積

N : 要素均等分割数

従って、荷重 f_i による管断面の中立軸回りモーメント m_i は、モーメントの腕長さ L_i を掛けて、次式で計算できる。

図A-1を参照。

$$m_i = L_i f_i \quad (\text{A-4})$$

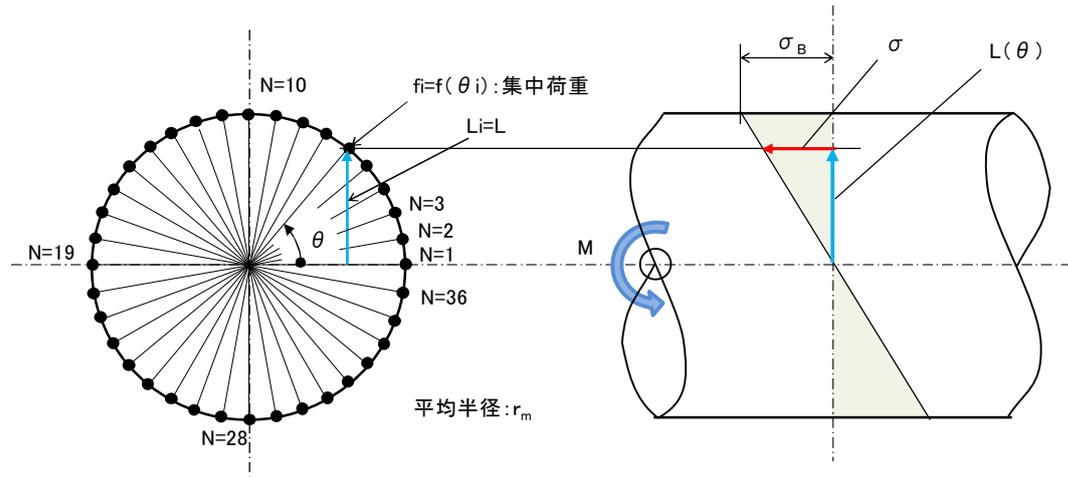
ここで、 L_i : f_i のモーメントの腕の長さで下式による。

$$L_i = r_m \sin \theta_i \quad (\text{A-5})$$

従って、モーメント m_i の総和 M は、

$$\begin{aligned} M &= \sum_i m_i = \sum_i L_i \cdot f_i = \sum_i r_m \sin \theta_i \cdot \frac{A}{N} \sigma_B \sin \theta_i \\ &= r_m \frac{A}{N} \sigma_B \sum_i \sin^2 \theta_i \quad (\text{A-6}) \end{aligned}$$

となる。



図A1-1 モーメント荷重用の集中荷重 f_i (36均等分割の場合)

【補足資料2】 コサイン関数による肉厚近似式

肉厚近似式の変動幅 $A(\alpha)$ は、本文ではコサイン関数で近似したが、サイン関数で近似することも可能である。サイン関数の場合は、 $\alpha=45^\circ$ で $A(\alpha)=A_0$ であり、また、 $\alpha=0^\circ$ と 90° で $A(\alpha)=0$ となるので、

$$A(\alpha) = A_0 \sin 2\alpha \quad (\text{A2-1})$$

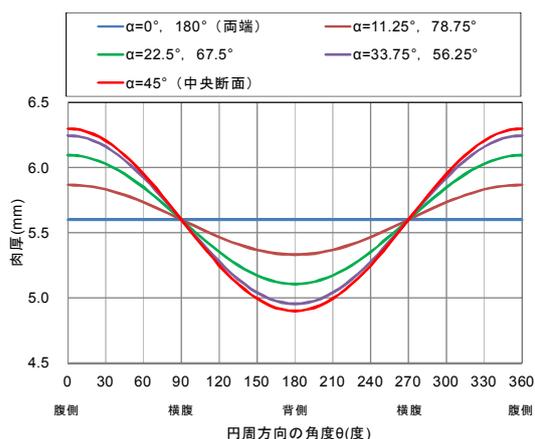
となる。

これを用いると、肉厚近似式は、

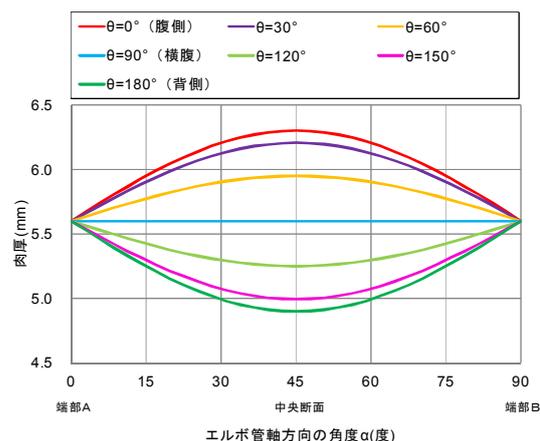
$$\begin{aligned} t &= A(\alpha) \cos \theta + t_m \\ &= \frac{t_{\max} - t_{\min}}{2} \sin 2\alpha \cdot \cos \theta + t_m \end{aligned} \quad (\text{A2-2})$$

となる。

これによると、図6は、それぞれ下図 A2-1 のように変わる。



図A2-1 (1) 90°エルボの角度 θ 方向の肉厚分布



図A2-1 (2) 90°エルボの角度 α 方向の肉厚分布

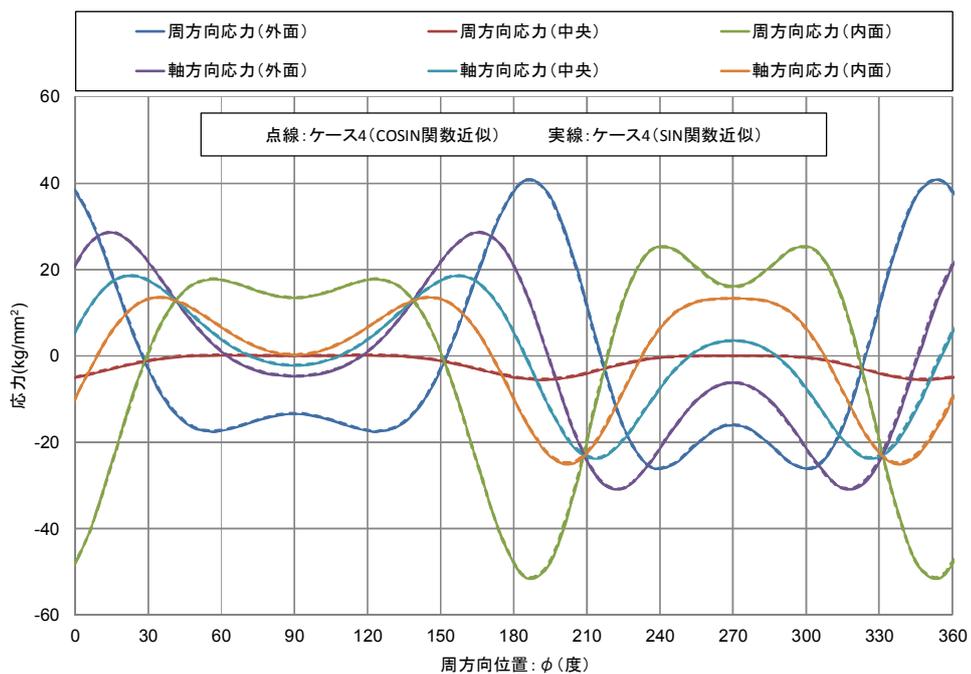
この肉厚分布でケース4と同じ解析を行った。

その結果、中央断面の応力分布(図11)に就いては、図A2-2に示すように両者は完全に一致した。

また、撓性係数・応力指数に就いても、下表A2-1に示すように、殆ど差のない結果を得た。

表A2-1 肉厚分布 関数近似の比較

項目	区分	解析ケース4	
		COSIN関数近似	SIN関数近似
全体撓性係数	並進変位	7.352	7.359
	回転角変位	7.414	7.427
局所撓性係数	並進変位	8.147	8.147
	回転角変位	8.239	8.230
C_2 応力指数	解析値	5.715	5.719
	規格値($1.95/h^{2/3}$)	5.682	
B_2 応力指数	解析値	2.630	2.643
	$i_i=0.84/h^{2/3}$	2.448	



図A2-2 エルボ中央断面に於ける応力分布の比較(解析ケース4)