配管設計解析に関する補足技術資料

MSP0007-R00
2016 年 9 月 22 日

配管設計解析における座標変換式 （参考）

エムエス配管解析技術
水野　貞男

1.　まえがき

例えば，機器ノズルに対する配管反力（ベクトル）を，ノズルの局所座標系に合わせて座標変換する場合がある。また，耐震解析に於いて，水平方向の解析結果を，任意方向に入射する地震力に対する解析結果に変換するため，固有モードや刺激係数に関し，座標変換を施すことがある（注記）。

本資料は，座標軸回りの回転座標変換式をまとめたものである。

（注記） 物理的な意味のある座標変換ができるのは，対象がベクトルの場合だけである。例えば，FEM 解析モデルの節点座標などは位置ベクトルであり，それらの変換は，物理的な意味がある変換を行うことができる。また配管反力なども，ベクトルの場合はそうであるが，耐震解析結果の応答合成反力値などは，見かけ上ベクトルのようになっているが，一般にはベクトルではなく，スカラー値をならべたものに過ぎない。従って，物理的に意味のある座標変換はできない。この場合は，ムリムリ座標変換をすることはできるが，それは，設計評価上の便宜的変換であることに留意する必要がある。

2.　座標軸回りの 2 次元回転座標変換

まず，座標軸周りに回転させた場合の 2 次元回転変換式を以下に示す。

各座標軸回りの変換式は，XYZ 座標系の定義順（X→Y→Z→X→・・・・）に示すと，同じ形となり都合がいい。

軸周りの回転角をθとし，右ネジの法則に従ってθの正値を定義し，XYZ 座標系を X'Y'Z'座標系に回転変換する。

以下のようになる。

（ｉ） X軸周りの YZ 平面での回転：

$$\left.\begin{aligned} Y' &= Y\cos\theta + Z\sin\theta \\ Z' &= -Y\sin\theta + Z\cos\theta \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

（ii） Y軸周りの ZX 平面での回転：

$$\left.\begin{aligned} Z' &= Z\cos\theta + X\sin\theta \\ X' &= -Z\sin\theta + X\cos\theta \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

（iii） Z軸周りの XY 平面での回転：

$$\left.\begin{aligned} X' &= X\cos\theta + Y\sin\theta \\ Y' &= -X\sin\theta + Y\cos\theta \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

3.　一般の 3 次元回転座標変換

2 次元の回転は以上であるが，3 次元の一般回転座標変換は以下の通りである。

XYZ 座標系を X'Y'Z'座標系に回転変換する場合，変換後の X'Y'Z'座標軸の方向余弦を以下とする。

ー	X	Y	Z
X'	L_1	M_1	N_1
Y'	L_2	M_2	N_2
X'	L_3	M_3	N_3

一般回転座標変換式は，

$$\left.\begin{aligned} X' &= XL_1 + YM_1 + ZN_1 \\ Y' &= XL_2 + YM_2 + ZN_2 \\ Z' &= XL_3 + YM_3 + ZN_3 \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

となる。

マトリックスで表示すると，

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \qquad (5)$$

となり，覚えやすい形となる。

一般式(4)から，例えば，X軸周り 2 次元回転変換式(1)を導出して見ると，まず X'軸と X 軸と一致するので，X'軸の方向余弦は L_1=1，M_1=0，N_1=0 となる。また，Y'軸，Z'軸は X 軸に直交するので，L_2=0，L_3=0 となる。即ち，

―	X	Y	Z
X'	L_1=1	M_1=0	N_1=0
Y'	L_2=0	M_2	N_2
Z'	L_3=0	M_3	N_3

残る方向余弦は M_2，M_3，N_2，N_3 のみである。ここで，X 軸回りの回転角を θ とすると，Y'軸，Z'軸の方向余弦は，

$$M_2 = \cos\theta$$

$$N_2 = \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \sin\theta$$

$$M_3 = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin\theta$$

$$N_3 = \cos\theta$$

となる。従って，

―	X	Y	Z
X'	L_1=1	M_1=0	N_1=0
Y'	L_2=0	$\cos\theta$	$\sin\theta$
Z'	L_3=0	$-\sin\theta$	$\cos\theta$

となり，

$$\left.\begin{aligned} X' &= XL_1 + YM_1 + ZN_1 = X \\ Y' &= XL_2 + YM_2 + ZN_2 = Y\cos\theta + Z\sin\theta \\ Z' &= XL_3 + YM_3 + ZN_3 = -Y\sin\theta + Z\cos\theta \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

と得られる。これは(1)式と一致する。

他の場合も全く同様に得られる。

尚，並進移動（U，V，W)を伴う場合は，(4)式に於いて，X'，Y'，Z'に並進移動量（U，V，W)を加算すればよい。