

MSP0008-R00
 2016 年 9 月 21 日
 エムエス配管解析技術
 水野 貞男

3 次元簡易配管モデルによる地震入力方向の検討

1. 概要

3 次元の簡易な配管モデルを Y 軸回りに角度 θ だけ回転して座標変換し、耐震解析を実施した。

本資料は、地震入力方向の変化に就いて、3 次元の簡易な配管（以下、これを「3 次元簡易配管」と呼ぶ。）を用いて検討し、最大応答値の求め方を検討した結果をまとめたものである（注記 1）。

（注記 1）本配管は、耐震解析法の問題を論じるためのものであり、所謂「耐震設計上、強度的に、或いは応答変位的に成立しているか否か」は度外視しているため、予めお断りしておく。

2. 3 次元簡易配管モデル

図 1 に、今回の検討に用いた 3 次元簡易配管モデルを示す。

配管は、6BSch40 の SUS304 配管で、簡単化のため、エルボは使用せず、直管を折曲げた配管とした。配管重量は、管材・内部流体・保温材などを含め総計で 55kg/m とした。

節点数は 12、両端点は完全固定とし、総自由度は 30 である。途中に耐震サポートを 3 個使用し、いずれもバネ支持である。各サポート点には集中付加重量 100kg を入力した。

表 1 に、固有振動数と刺激係数を示す。

1 次モードは、8.584Hz で X 方向が卓越する。30 次は、947.7Hz で、刺激係数は、3 方向とも小さく、表ではゼロとなっているが、実際は X 方向が卓越するモードである。

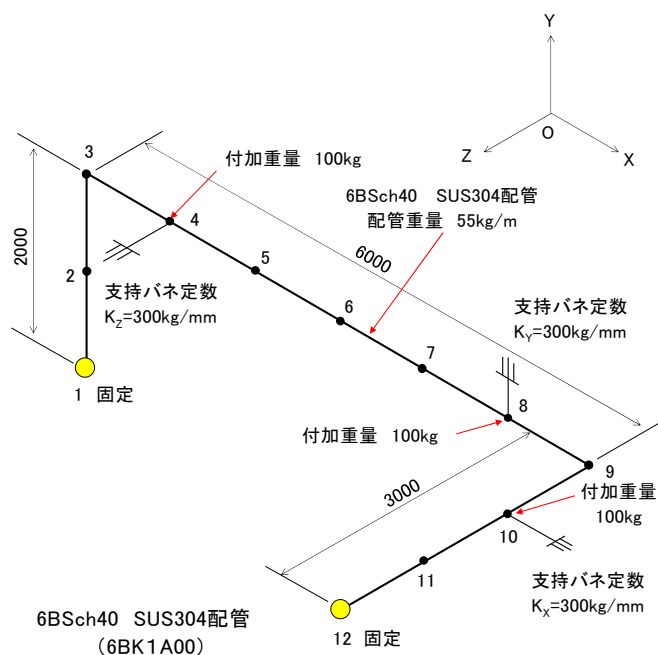


図1 3次元簡易配管の解析モデル

表1 3次元簡易配管モデルの固有振動数・刺激係数

モード No.	固有振動数 (Hz)	刺激係数		
		PX	PY	PZ
1	8.584	-0.23164	0.06461	0.06472
2	13.464	0.01706	-0.07627	0.16160
3	14.315	-0.02743	0.19649	-0.02202
4	14.775	-0.14501	-0.13665	-0.09705
5	20.579	0.02684	0.00880	-0.10571
6	30.183	-0.02895	-0.06046	0.00017
7	32.821	-0.04584	-0.00011	-0.06209
8	42.806	-0.01303	0.00112	0.00737
9	46.508	-0.06089	0.00050	0.03118
10	59.557	-0.01449	0.00689	0.04102
11	59.978	0.01144	0.05470	-0.00223
12	98.014	0.00695	0.00204	-0.04231
13	98.106	-0.01316	-0.00533	-0.00864
14	107.632	0.00195	-0.00224	0.03394
15	114.952	0.04493	-0.01641	-0.00011
16	122.607	0.00555	-0.03775	0.00004
17	122.958	0.02841	0.00804	0.01180
18	152.855	0.00049	-0.00044	0.02972
19	153.312	-0.00165	0.00945	0.00272
20	177.003	-0.00353	0.00291	-0.11422
21	179.897	-0.00455	0.00294	0.10179
22	317.696	-0.00048	-0.10093	0.00000
23	431.569	-0.00030	-0.00050	-0.00019
24	583.494	0.00025	0.00014	-0.01542
25	585.091	0.00030	0.00015	0.01483
26	624.937	-0.00019	-0.00016	0.00034
27	766.052	0.00003	0.00004	0.02093
28	766.120	-0.00004	-0.00004	0.02049
29	822.150	-0.00003	0.02427	0.00000
30	947.709	0.00000	0.00000	0.00000

3. 座標の回転変換と耐震解析

この3次元簡易配管モデルを、図2に示すようにY軸回りに回転させる。

回転角を θ とし、 $\theta=0^\circ \sim 90^\circ$ まで変化させる。

この場合の座標変換公式は、以下となる。

$$\left. \begin{aligned} Z' &= Z \cos \theta + X \sin \theta \\ X' &= -Z \sin \theta + X \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (1) \quad \text{正変換公式}$$

ここに、 $X'Y'Z'$: 変換後の座標系(Y' は Y に同じ。)

XYZ : 変換前の座標系

この式を用いて、解析モデルの節点座標とサポートの方向余弦を変換する。

尚、変換後の $X'Y'Z'$ 座標系から見ると、配管は、相対的に Y' 軸回りに θ だけ逆回転したものとなる。図3にその様子を示すが、この $X'Y'Z'$ 座標系で耐震解析を行った場合、地震力は $X'Y'Z'$ 軸方向に入力され、配管に対して、相対的に θ だけ回転した方向になることが分かる。

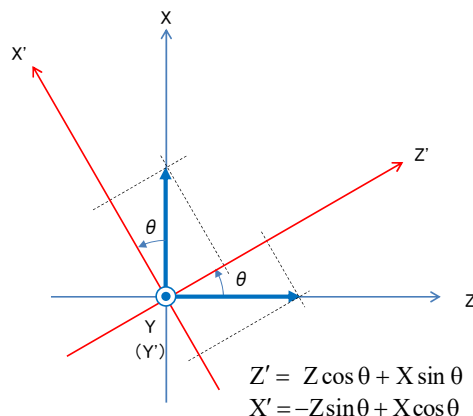


図2 Y軸回りの回転座標変換と変換公式

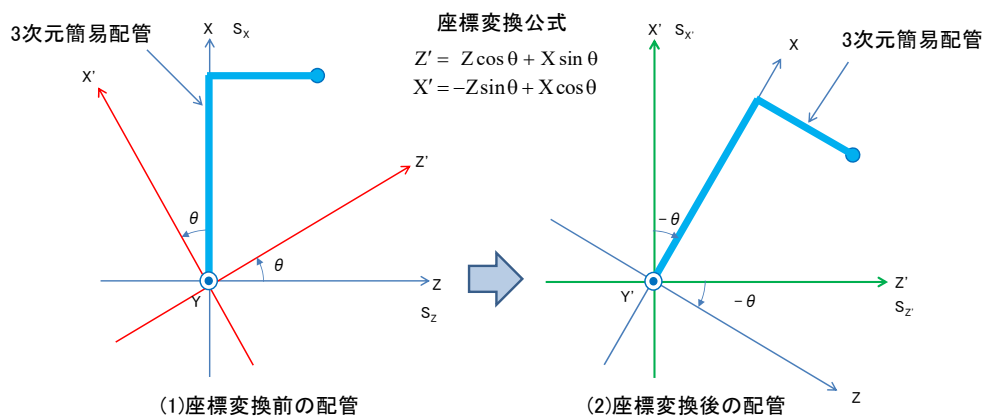


図3 座標変換と地震入力方向

以上より、Z軸を基準に $\theta=0^\circ \sim 90^\circ$ と変化させて解析し、 θ に対する解析結果の変化を調べることにした。

回転角 θ としは、 10° 刻みとし、 $10^\circ, 20^\circ, \dots, 90^\circ$ とし、適宜、 45° などを追加した。

床応答曲線は、検討目的には直接影響しないが、建物内の標準的なもの想定し、水平2方向に入力した(注記2)。簡素化のため、基本的にはY軸(鉛直)方向の地震力はゼロとした。

尚、Z軸を基準に、 $\theta=0^\circ \sim 90^\circ$ と変化させると、X軸方向の解析結果は、 $\theta=90^\circ \sim 180^\circ$ とした解析値を与える。また地震力は、元々土の往復運動であるため、正反対側(マイナス側)も含まれているため、結局、 $\theta=0^\circ \sim 90^\circ$ の解析を行うと、 $\theta=0^\circ \sim 360^\circ$ の全方向に就いて解析したことになる。

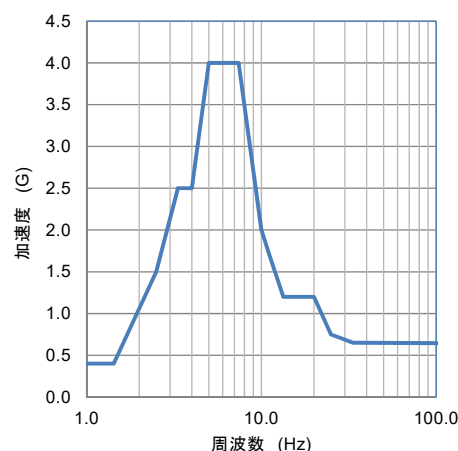


図4 床応答スペクトル

(注記2) 応答変位の出力データの表示桁を大きくするため、図4に示す通常のスペクトル値の100倍を入力した。

4. 耐震解析結果の検討

θ をパラメータに耐震解析した結果に基づき、まず、固有振動数・固有モード・刺激係数に就いて検討する。

(1) 固有振動数

代表的な θ に就いて、表 2 に、回転前後の固有振動数を比較した。1/1000 以下の計算誤差で全モードともよく一致する。座標変換を行っても基本的には、固有値は変わらないので、それが確認された。

尚、これは一致するのが当たり前で、寧ろ、異常があれば、座標変換が正常に行われていないことになる。逆は真ではないが。

以上より、 θ 回転変換しても、固有振動数は、変化しないことが判明した。

表2 固有振動数の比較 単位 (Hz)

モードNo.	Y軸回り回転角度: θ (度)				
	0	30	45	60	90
1	8.584	8.584	8.584	8.584	8.584
2	13.464	13.464	13.464	13.464	13.464
3	14.315	14.315	14.315	14.315	14.315
4	14.775	14.775	14.775	14.775	14.775
5	20.579	20.579	20.579	20.579	20.579
6	30.183	30.183	30.183	30.183	30.183
7	32.821	32.821	32.821	32.821	32.821
8	42.806	42.806	42.806	42.806	42.806
9	46.508	46.508	46.508	46.508	46.508
10	59.557	59.557	59.557	59.557	59.557
11	59.978	59.978	59.978	59.978	59.978
12	98.014	98.013	98.013	98.013	98.014
13	98.106	98.105	98.105	98.105	98.106
14	107.632	107.632	107.632	107.632	107.632
15	114.952	114.952	114.952	114.952	114.952
16	122.607	122.607	122.606	122.607	122.607
17	122.958	122.958	122.957	122.958	122.958
18	152.855	152.854	152.853	152.854	152.855
19	153.312	153.311	153.310	153.311	153.312
20	177.003	177.002	177.002	177.002	177.003
21	179.897	179.896	179.896	179.896	179.897
22	317.696	317.696	317.696	317.696	317.696
23	431.569	431.568	431.567	431.568	431.569
24	583.494	583.492	583.492	583.492	583.494
25	585.091	585.088	585.088	585.088	585.091
26	624.937	624.935	624.934	624.935	624.937
27	766.052	766.049	766.049	766.049	766.052
28	766.120	766.117	766.117	766.117	766.120
29	822.150	822.150	822.150	822.150	822.150
30	947.709	947.706	947.705	947.706	947.709

(2) 固有モード

固有モードはベクトルであり、座標変換してもモードの形自体は変化しない。また、ベクトルとして、成分は変化するが、相互に座標変換すれば一致するという特性がある。

従って、XYZ 座標系で得られたモードを、X'Y'Z'座標系に正変換すれば、当該座標系で解析して得られたモードと一致するし、また逆に、X'Y'Z'座標系で得られたモードを逆変換すれば、XYZ 座標系のモードに一致する。

表 3 に、 $\theta = 0^\circ$ と 30° で解析した 1 次～3 次モードに就いて、正・逆変換を行った結果を示すが、正・逆変換とも、相互に完全に解析値と一致する。

以上より、全ての θ に対して座標変換を行えば、いちいち解析するまでもなく、変換後の固有モードを計算できることが分かった。

尚、逆変換公式は、(1)の正変換公式に於いて、座標表示(X, Yなど)を相互に入れ替え、また θ の代わりに $-\theta$ を代入して整理すれば得られ、

$$\left. \begin{aligned} Z &= Z' \cos(-\theta) + X' \sin(-\theta) = Z' \cos \theta - X' \sin \theta \\ X &= -Z' \sin(-\theta) + X' \cos(-\theta) = Z' \sin \theta + X' \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (2) \quad \text{逆変換公式}$$

となる。

表3 固有モードの正・逆変換結果の比較 (3次元簡易配管モデル)

固有 モードNo.	節点 番号	回転変換前 ($\theta=0^\circ$)						回転変換後 ($\theta=30^\circ$)					
		解析値			正変換後 ($\theta=0^\circ \rightarrow 30^\circ$)			解析値			逆変換後 ($\theta=30^\circ \rightarrow 0^\circ$)		
		mX	mY	mZ	mX'	mY'	mZ'	mX'	mY'	mZ'	mX	mY	mZ
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	-1.1362	0.0016	-0.1004	-0.9338	0.0016	-0.6550	-0.9338	0.0016	-0.6550	-1.1362	0.0016	-0.1003
	3	-3.3685	0.0032	-0.3211	-2.7567	0.0032	-1.9623	-2.7566	0.0032	-1.9623	-3.3684	0.0032	-0.3211
	4	-3.3725	1.8780	0.4570	-3.1492	1.8780	-1.2905	-3.1492	1.8780	-1.2905	-3.3725	1.8780	0.4570
	5	-3.3738	2.7872	1.4631	-3.6533	2.7872	-0.4198	-3.6534	2.7872	-0.4198	-3.3738	2.7872	1.4631
	6	-3.3742	2.6616	2.2444	-4.0443	2.6616	0.2566	-4.0443	2.6616	0.2565	-3.3742	2.6616	2.2443
	7	-3.3736	1.7189	2.3743	-4.1088	1.7189	0.3694	-4.1088	1.7189	0.3694	-3.3736	1.7189	2.3743
	8	-3.3721	0.4087	1.6226	-3.7316	0.4087	-0.2808	-3.7316	0.4087	-0.2808	-3.3721	0.4087	1.6226
	9	-3.3678	-0.7606	0.0038	-2.9185	-0.7606	-1.6806	-2.9185	-0.7606	-1.6806	-3.3678	-0.7606	0.0038
	10	-1.4120	-0.4292	0.0025	-1.2241	-0.4292	-0.7038	-1.2240	-0.4292	-0.7038	-1.4119	-0.4292	0.0025
	11	-0.2985	-0.1336	0.0013	-0.2592	-0.1336	-0.1481	-0.2591	-0.1336	-0.1482	-0.2985	-0.1336	0.0012
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	-0.2630	-0.0078	-0.0406	-0.2075	-0.0078	-0.1667	0.2074	0.0078	0.1666	0.2629	0.0078	0.0406
	3	0.0902	-0.0156	-0.0956	0.1259	-0.0156	-0.0377	-0.1260	0.0156	0.0377	-0.0903	0.0156	0.0956
	4	0.0852	-1.9691	1.9896	-0.9210	-1.9691	1.7656	0.9210	1.9690	-1.7656	-0.0852	1.9690	-1.9896
	5	0.0800	-3.8419	4.4984	-2.1799	-3.8419	3.9357	2.1799	3.8418	-3.9357	-0.0800	3.8418	-4.4984
	6	0.0747	-4.3423	5.8837	-2.8772	-4.3423	5.1328	2.8771	4.3422	-5.1328	-0.0748	4.3422	-5.8837
	7	0.0694	-3.1158	5.1909	-2.5353	-3.1158	4.5302	2.5354	3.1158	-4.5302	-0.0694	3.1158	-5.1910
	8	0.0641	-0.7249	2.7168	-1.3029	-0.7249	2.3849	1.3029	0.7248	-2.3849	-0.0641	0.7248	-2.7168
	9	0.0586	1.7461	0.0303	0.0356	1.7461	0.0555	-0.0356	-1.7462	-0.0555	-0.0586	-1.7462	-0.0303
	10	0.7588	1.1303	0.0202	0.6470	1.1303	0.3969	-0.6470	-1.1304	-0.3969	-0.7588	-1.1304	-0.0202
	11	0.3712	0.3927	0.0101	0.3164	0.3927	0.1943	-0.3164	-0.3928	-0.1943	-0.3712	-0.3928	-0.0101
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	-0.1710	-0.0016	0.0785	-0.1873	-0.0016	-0.0175	-0.1874	-0.0016	-0.0175	-0.1710	-0.0016	0.0785
	3	-0.3485	-0.0031	0.3454	-0.4745	-0.0031	0.1249	-0.4745	-0.0031	0.1248	-0.3485	-0.0031	0.3453
	4	-0.3496	-0.1293	-0.1926	-0.2065	-0.1293	-0.3416	-0.2065	-0.1294	-0.3417	-0.3497	-0.1294	-0.1927
	5	-0.3499	-0.2160	-0.7353	0.0646	-0.2160	-0.8117	0.0646	-0.2162	-0.8120	-0.3501	-0.2162	-0.7355
	6	-0.3500	0.1491	-1.0051	0.1994	0.1491	-1.0454	0.1995	0.1489	-1.0456	-0.3500	0.1489	-1.0053
	7	-0.3498	1.3318	-0.8653	0.1297	1.3318	-0.9243	0.1298	1.3316	-0.9244	-0.3498	1.3316	-0.8655
	8	-0.3493	3.7670	-0.4189	-0.0931	3.7670	-0.5374	-0.0930	3.7669	-0.5376	-0.3493	3.7669	-0.4191
	9	-0.3480	7.5865	-0.0059	-0.2984	7.5865	-0.1791	-0.2985	7.5865	-0.1792	-0.3481	7.5865	-0.0059
	10	-0.3143	5.0187	-0.0040	-0.2702	5.0187	-0.1606	-0.2703	5.0187	-0.1606	-0.3144	5.0187	-0.0039
	11	-0.1167	1.7743	-0.0020	-0.1001	1.7743	-0.0601	-0.1001	1.7743	-0.0601	-0.1167	1.7743	-0.0020
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(3) 刺激係数

刺激係数は、次式で定義されているので、固有モードベクトル ϕ に依存して座標変換される。尚、分母の $\phi^T M \phi$ は、スカラー定数である。

$$\left. \begin{aligned} \beta_x &= \frac{\phi^T M I_x}{\phi^T M \phi} \\ \beta_z &= \frac{\phi^T M I_z}{\phi^T M \phi} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

表4に、 $\theta=0^\circ$ と 30° に就いて、刺激係数を(1)式・(2)式によって正・逆変換し、解析値と比較した結果を示すが、各モードとも、よく一致することが分かる。但し、例えば、2次モードの刺激係数は、±の符号が3成分揃って逆転しているが、これは同じものと看做す。

尚、座標変換後の刺激係数は、座標変換されたモード ϕ' を用いて、(3)式から直接、計算することもできる。

以上より、座標変換により刺激係数も計算できることが判明した。

表4 $\theta=0^\circ$ と 30° の場合の刺激係数の正・逆変換結果 (3次元簡易配管モデル)

モード No.	固有振動数 (Hz)	$\theta=0^\circ$						$\theta=30^\circ$					
		解析値			正変換($0^\circ \rightarrow 30^\circ$)			解析値			逆変換($30^\circ \rightarrow 0^\circ$)		
		PX	PY	PZ	PX'	PY'	PZ'	PX'	PY'	PZ'	PX	PY	PZ
1	8.584	-0.23164	0.06461	0.06472	-0.23297	0.06461	-0.05977	-0.23296	0.06461	-0.05977	-0.23163	0.06461	0.06472
2	13.464	0.01706	-0.07627	0.16160	-0.06603	-0.07627	0.14848	0.06603	0.07627	-0.14848	-0.01706	0.07627	-0.16160
3	14.315	-0.02743	0.19649	-0.02202	-0.01275	0.19649	-0.03278	-0.01275	0.19648	-0.03280	-0.02744	0.19648	-0.02203
4	14.775	-0.14501	-0.13665	-0.09705	-0.07706	-0.13665	-0.15655	0.07705	0.13666	0.15655	0.14500	0.13666	0.09705
5	20.579	0.02684	0.00880	-0.10571	0.07610	0.00880	-0.07813	0.07610	0.00880	-0.07813	0.02684	0.00880	-0.10571
6	30.183	-0.02895	-0.06046	0.00017	-0.02516	-0.06046	-0.01433	-0.02516	-0.06046	-0.01432	-0.02895	-0.06046	0.00018
7	32.821	-0.04584	-0.00011	-0.06209	-0.00865	-0.00011	-0.07669	-0.00865	-0.00011	-0.07670	-0.04584	-0.00011	-0.06210
8	42.806	-0.01303	0.00112	0.00737	-0.01497	0.00112	-0.00013	-0.01497	0.00112	-0.00013	-0.01303	0.00112	0.00737
9	46.508	-0.06089	0.00050	0.03118	-0.06832	0.00050	-0.00344	-0.06832	0.00050	-0.00344	-0.06089	0.00050	0.03118
10	59.557	-0.01449	0.00689	0.04102	-0.03306	0.00689	0.02828	-0.03305	0.00689	0.02828	-0.01448	0.00689	0.04102
11	59.978	0.01144	0.05470	-0.00223	0.01102	0.05470	0.00379	0.01102	0.05470	0.00378	0.01143	0.05470	-0.00224
12	98.014	0.00695	0.00204	-0.04231	0.02717	0.00204	-0.03317	-0.02717	-0.00204	0.03317	-0.00694	-0.00204	0.04231
13	98.106	-0.01316	-0.00533	-0.00864	-0.00708	-0.00533	-0.01406	-0.00708	-0.00533	-0.01407	-0.01317	-0.00533	-0.00864
14	107.632	0.00195	-0.00224	0.03394	-0.01528	-0.00224	0.03037	-0.01528	0.00224	-0.03037	-0.00195	0.00224	-0.03394
15	114.952	0.04493	-0.01641	-0.00011	0.03897	-0.01641	0.02237	0.03897	-0.01641	0.02237	0.04493	-0.01641	-0.00011
16	122.607	0.00555	-0.03775	0.00004	0.00479	-0.03775	0.00281	0.00478	-0.03775	0.00281	0.00554	-0.03775	0.00004
17	122.958	0.02841	0.00804	0.01180	0.01870	0.00804	0.02442	0.01870	0.00804	0.02442	0.02840	0.00804	0.01180
18	152.855	0.00049	-0.00044	0.02972	-0.01444	-0.00044	0.02598	0.01444	0.00044	-0.02598	-0.00048	0.00044	-0.02972
19	153.312	-0.00165	0.00945	0.00272	-0.00279	0.00945	0.00153	-0.00279	0.00945	0.00153	-0.00165	0.00945	0.00272
20	177.003	-0.00353	0.00291	-0.11422	0.05405	0.00291	-0.10068	-0.05405	-0.00290	0.10068	0.00353	-0.00290	0.11422
21	179.897	-0.00455	0.00294	0.10179	-0.05484	0.00294	0.08588	0.05484	-0.00294	-0.08588	0.00455	-0.00294	-0.10179
22	317.696	-0.00048	-0.10093	0.00000	-0.00042	-0.10093	-0.00024	-0.00042	-0.10093	-0.00024	-0.00048	-0.10093	0.00000
23	431.569	-0.00030	-0.00050	-0.00019	-0.00016	-0.00050	-0.00031	0.00016	0.00050	0.00031	0.00029	0.00050	0.00019
24	583.494	0.00025	0.00014	-0.01542	0.00793	0.00014	-0.01323	0.00793	0.00014	-0.01323	0.00025	0.00014	-0.01542
25	585.091	0.00030	0.00015	0.01483	-0.00716	0.00015	0.01299	-0.00715	0.00015	0.01299	0.00030	0.00015	0.01482
26	624.937	-0.00019	-0.00016	0.00034	-0.00033	-0.00016	0.00020	-0.00033	-0.00016	0.00020	-0.00019	-0.00016	0.00034
27	766.052	0.00003	0.00004	0.02093	-0.01044	0.00004	0.01814	-0.01044	0.00004	0.01815	0.00003	0.00004	0.02094
28	766.120	-0.00004	-0.00004	0.02049	-0.01028	-0.00004	0.01772	-0.01028	-0.00004	0.01773	-0.00004	-0.00004	0.02049
29	822.150	-0.00003	0.02427	0.00000	-0.00003	0.02427	-0.00002	-0.00003	0.02427	-0.00002	-0.00004	0.02427	0.00000
30	947.709	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

5. 任意 θ 方向の地震入力に対する地震応答

以上の結果より、任意 θ 方向に地震力が入力された場合の地震応答は、 $\theta=0^\circ$ の「基準解析結果」から、 θ 方向への座標変換によって得られることが分かった。その手順をまとめると、以下の 5 ステップとなる。

【ステップ 1】

XYZ 座標系で得られた全モード ϕ_i を θ 回転した $X'Y'Z'$ 座標系へ座標変換する。 $\phi_i \rightarrow \phi'_i$ (正変換)

【ステップ 2】

全モードに対する刺激係数 β_{ij} を座標変換する。 $\beta_{ij} \rightarrow \beta'_{ij}$ (正変換)

尚、変換後のモード ϕ'_i を用いて、(3)式から直接、刺激係数 β'_{ij} を計算してもよい。

【ステップ 3】

モード ϕ'_i と刺激係数 β'_{ij} 、それに、固有角振動数 ω_i と床応答加速度 Sa_i を用いて、モード毎の応答変位 R'_{ji} を次式により計算する。

$$\left. \begin{aligned} R_{X'i} &= \beta_{X'i} \frac{Sa_i}{\omega_i^2} \phi'_i \\ R_{Y'i} &= \beta_{Y'i} \frac{Sa_i}{\omega_i^2} \phi'_i \\ R_{Z'i} &= \beta_{Z'i} \frac{Sa_i}{\omega_i^2} \phi'_i \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

尚、モード応答変位は、上式(4)を用いて、直接、座標変換により求めることもできるが、変換前後の刺激係数の比 β'/β を掛けて補正することを忘れてはならない。(∵R に対する 1 回の座標変換では、 ϕ の座標変換にしか対応していないため、 β の変換処理が済んでいないためである。)

【ステップ 4】

モード毎の反力モーメントは、モード毎の応答変位が求まった段階で計算され、且つ、ベクトル量となっているので、これを座標変換すれば、変換後の反力モーメント(モード毎の)を得ることができる(注記3)。

【ステップ 5】

モード毎の応答変位が計算できれば、それを、地震入力方向毎に 1 次～n 次までを SRSS 合成し、次式に示す地震入力方向別の「総合合成応答変位」とする。

尚、反力モーメントに就いても全く同じで、1 次～n 次までを SRSS 合成し、地震入力方向別の「総合合成応答」を得る。これも次式により表される。

$$R_{JK} = \sqrt{\sum_{i=1}^n R_{JKi}^2} \quad (5)$$

(J:ベクトル成分 XYZ, K:地震入力方向 XYZ, i:モード次数 1～n)

以上の 5 ステップが耐震解析である。

通常、これ以降に、XYZ 方向の応答の重ね合わせが行われ、最終応答が求められるが、その合成操作は、「耐震解析」の範疇と言うよりは、寧ろ「耐震設計」の範疇である。

即ち、保守的な組み合わせを如何に行って、適切な耐震設計を行うかと言う課題に応えることが求められている訳で、これは最早、純粋な「解析」とは言い難い(注記4)。

従って、ここでは、耐震解析の範疇は、この 3 方向毎の耐震解析結果を求めるまでとする(注記5)。

(注記3) SAPIVでは、応答変位や応答反力モーメントは、モードの段階でXYZ方向の絶対値和が取られるため、ベクトル量ではなくなる。このため、応答変位や応答反力モーメントの座標変換はできない。これを上述のように座標変換可能とするためには、モードの段階で、ベクトル量として算出するように、出力形式を改善することが必要となる。尚、反力モーメントは、配管の場合、通常、局所座標系で出力されるため、座標変換の折には、まず局所座標系を全体座標系に変換し、そこで、この座標変換を行い、再度局所座標系に戻すと言う操作が必要となるので、注意する。

(注記4) この辺の「解析」と「設計」或いは「設計評価」との違いの問題は、本文の第 2 章「解析哲学」に詳しく論じたので、そちらを参照頂きたい。「解析」と「設計」・「設計評価」との混同は是非とも避けることが必要である。

(注記5) どこまでを「解析」とするかは、実は判断が難しい。そもそも、床応答スペクトル法自体が、大幅な保守的判断を含めた「解析法」なのである。特に、1 次～n 次の応答を SRSS して求めることは、本法の特徴で、これは一応、「ランダム波に対し、確率論的な平均的応答を求めるための方法」とは言われているが、この SRSS 手法に、「設計的な評価」の考えが全く潜んでいないのかと言うと、全く含まれていないとは言い難く、非常に曖昧である。また、これに、更に、XYZ 方向の応答の重ね合わせを行うが、重ね合わせ方法にもいろいろあり、どれが解析的で、どれが設計評価的と弁別することも、なかなか難しい。そこで、著者の独断で、1 次～n 次のモード応答の SRSS までは「解析的」とし、それ以降の XYZ 方向の重ね合わせは「設計評価的」と区分した。即ち、XYZ 方向の重ね合わせは、本来、 θ によるパラメータサーベイを行えば、回避できる筈で、現状の耐震解析では、この面倒な方法を回避するため、より保守的な評価法を採用して簡便化しているに過ぎないと判断したからである。尤も、こう言うと、上述したように、床応答スペクトル法自体が、所謂、保守的な方法で、時刻歴応答解析と言う本来の方法を回避し、簡便法で済ませているから、可哀しいじゃないか！とのご指摘があるかとは思ふ。確かにこれは重大な自家撞着かも知れないが、しかし、これ以上厳密なことを言い出すと收拾がつかなくなるので、一応、床応答スペクトル法自体は解析の範疇と看做して決着を付けているのである。

6. 地震入力方向を θ 回転させた場合の応答計算法

前項までは、モデル配管の耐震解析結果から、 θ 方向に地震力が入力された場合の応答を求めたが、ここでは、地震入力とそれに対する応答から必要関係式を導くものとする。

(1) θ 方向への地震入力と応答

図 5 に示すように、 θ 方向(Z' 軸方向)に地震力 S_θ が入射する場合、ZX 軸方向に入射する地震力 S_z 、 S_x とは次の関係になる。

以下、鉛直 Y 方向の地震力や応答は直接関係がないので、省略して説明する。

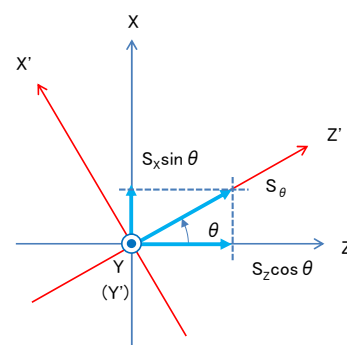
$$S_\theta = S_z \cos \theta + S_x \sin \theta \quad (6)$$

ここで、 S_θ : θ 回転した X' 方向の地震入力

S_z : Z 方向の地震入力

S_x : X 方向の地震入力

この関係から、 S_θ に対する地震応答 R_θ は、 S_z 、 S_x に対する地震応答 R_z 、 R_x から計算でき、



$$S_\theta = S_z \cos \theta + S_x \sin \theta$$

図5 地震力入力方向 θ

$$R_{\theta} = R_Z \cos \theta + R_X \sin \theta \quad (7)$$

ここで, R_{θ} : θ 回転した Z' 方向の地震力 S_{θ} に対する地震応答 (の組)

R_Z : Z 方向の地震力 S_Z に対する地震応答 (の組)

R_X : X 方向の地震力 S_X に対する地震応答 (の組)

となる

例えば, 変位応答に関しては, 具体的に書くと以下の式となる。

i 次モードの応答変位は, ZX 方向地震力に対して, それぞれ

$$\left. \begin{aligned} R_{Zi} &= \beta_{Zi} \frac{Sa_i}{\omega_i^2} \phi_i \\ R_{Xi} &= \beta_{Xi} \frac{Sa_i}{\omega_i^2} \phi_i \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここで, R_{Ji} : J 方向地震入力に対する i 次モード応答変位

β_{Ji} : J 方向に対する i 次モード刺激係数

ω_i : i 次モードの円振動数 ($=2\pi f_i$)

Sa_i : ω_i に対する応答加速度スペクトル値

ϕ_i : i 次モード (ベクトル)

i : モード次数, $i=1, 2, \dots, n$

J: 座標軸方向 (地震入力方向), $J=Z, X$

となる。従って, i 次モードの応答変位 $R_{\theta i}$ は, (6)(7)式より

$$R_{\theta i} = R_{Zi} \cos \theta + R_{Xi} \sin \theta = \beta_{Zi} \frac{Sa_i}{\omega_i^2} \phi_i \cos \theta + \beta_{Xi} \frac{Sa_i}{\omega_i^2} \phi_i \sin \theta$$

$$= \frac{\beta_{Zi} \cos \theta + \beta_{Xi} \sin \theta}{\beta_{Zi}} \cdot \beta_{Zi} \frac{Sa_i}{\omega_i^2} \phi_i$$

$$= \frac{\beta_{Z'i}}{\beta_{Zi}} \cdot \beta_{Zi} \frac{Sa_i}{\omega_i^2} \phi_i \quad (9)$$

$$= \frac{\beta_{Z'i}}{\beta_{Zi}} \cdot R_{Zi} \quad (10)$$

$$\text{ここで, } \beta_{Z'i} \equiv \beta_{Zi} \cos \theta + \beta_{Xi} \sin \theta \quad (11)$$

となる。

(10)式を見ると, Z 方向地震力 S_Z に対する応答変位 R_{Zi} に補正項 ($\beta_{Z'i}/\beta_{Zi}$) を掛けたものとなっている。

補正項の分母は, 応答変位 R_{Zi} に対する刺激係数である。また分子は, (11)式に定義するように, XYZ 座標系の刺激係数 (β_{Xi}, β_{Zi}) を X'Z' 座標に座標変換した刺激係数 ($\beta_{X'i}, \beta_{Z'i}$) の Z' 軸方向成分になっていることが分かる。

これは即ち, Z 方向の応答変位 R_{Zi} を, 刺激係数の比 $\beta_{Z'i}/\beta_{Zi}$ で補正し, θ 回転した Z' 方向の応答 $R_{\theta} = R_{Z'i}$ に変換したものとなっている。

但し, 変位モード自体は, XYZ 座標系でのモード ϕ_i を用いているので, 最終的に X'Y'Z' 座標系での応答変位にするためには, モード ϕ_i を座標変換した ϕ'_i にする必要があり, (9)式より,

$$\begin{aligned}
R_{\theta i} &= \frac{\beta_{X'i}}{\beta_{Xi}} \cdot \beta_{Xi} \frac{Sa_i}{\omega_i^2} \phi'_i \\
&= \beta_{X'i} \frac{Sa_i}{\omega_i^2} \phi'_i \quad (12)
\end{aligned}$$

となる。

(12)式は、刺激係数 β_i とモード ϕ_i を $X'Y'Z'$ 座標系に座標変換すれば、 $X'Y'Z'$ 座標系で解析して得られる次の(13)式による応答に一致することを意味している。尚、(13)式は、(8)式と全く同じもので、単に座標系を書き換えたものに過ぎない。

$$\left. \begin{aligned}
R_{Z'i} &= \beta_{Z'i} \frac{Sa_i}{\omega_i^2} \phi'_i \\
R_{X'i} &= \beta_{X'i} \frac{Sa_i}{\omega_i^2} \phi'_i
\end{aligned} \right\} \quad (13)$$

(2) 総合応答

以上は、 i 次モードの応答である。

耐震解析結果としての最終的な応答は、1 次～ n 次までを SRSS 合成して求められるので、 θ 方向 (Z' 方向) の応答は、

$$\begin{aligned}
R_{\theta} &= \sqrt{\sum_{i=1}^n R_{\theta i}^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n R_{Z'i}^2} \\
&= R_{Z'} \quad (14)
\end{aligned}$$

となる。

以上は、第5項で示した「5 ステップ」と全く同じ結果であるが、(6)式や(7)式から出発している点が異なる。これ即ち、(6)式や(7)式の妥当性が示されたということである。

7. 最大応答値の評価

水平方向に地震力が入射した場合、どの方向に入射したら最大応答を示すかは問題であるが、今までの議論では、 θ をパラメータに座標変換して調べれば分かるとの結論である。

以下に最大応答値の評価に関して、3次元簡易配管モデルの解析結果を用いて、更に検討を加える。

(1) モード毎の応答

1自由度系の場合は、明らかに刺激係数がゼロ最大となる方向（以下、これを「主軸方向」と呼ぶ。）が存在する。多自由度系に就いても、モード毎に見れば、刺激係数がゼロ最大値となる主軸方向が存在するが、しかし、1次～n次のSRSS総合合成応答がどうなるかは予測できない。

表5に、3次元簡易配管モデルの刺激係数と主軸方向角 $\alpha (= \theta)$ を全モードに就いて示す。

水平方向に卓越するモードに就いて見ると、例えば、1次モードは $\theta = -74.391^\circ$ (105.61°)、2次モードでは $\theta = 6.03^\circ$ となることが分かる。

表5 3次元簡易配管の刺激係数の主軸方向（ゼロ最大値）

モード No.	振動数f Hz	床応答スペクトル値			刺激係数			主軸方向角 $\alpha = \theta$ (度)	主軸方向に座標変換した刺激係数		
		SAX	SAY	SAZ	PX	PY	PZ		PX'	PY'	PZ'
1	8.584	294.30	0.00	294.30	-0.2316	0.0646	0.0647	-74.39	0.0000	0.0646	0.2405
2	13.464	120.00	0.00	120.00	0.0171	-0.0763	0.1616	6.03	0.0000	-0.0763	0.1625
3	14.315	120.00	0.00	120.00	-0.0274	0.1965	-0.0220	51.24	0.0000	0.1965	-0.0352
4	14.775	120.00	0.00	120.00	-0.1450	-0.1367	-0.0971	56.21	0.0000	-0.1367	-0.1745
5	20.579	113.67	0.00	113.67	0.0268	0.0088	-0.1057	-14.25	0.0000	0.0088	-0.1091
6	30.183	68.13	0.00	68.13	-0.0290	-0.0605	0.0002	-89.66	0.0000	-0.0605	0.0290
7	32.821	65.47	0.00	65.47	-0.0458	-0.0001	-0.0621	36.44	0.0000	-0.0001	-0.0772
8	42.806	63.89	0.00	63.89	-0.0130	0.0011	0.0074	-60.51	0.0000	0.0011	0.0150
9	46.508	63.58	0.00	63.58	-0.0609	0.0005	0.0312	-62.88	0.0000	0.0005	0.0684
10	59.557	62.80	0.00	62.80	-0.0145	0.0069	0.0410	-19.46	0.0000	0.0069	0.0435
11	59.978	62.78	0.00	62.78	0.0114	0.0547	-0.0022	-78.97	0.0000	0.0547	-0.0117
12	98.014	61.70	0.00	61.70	0.0070	0.0020	-0.0423	-9.33	0.0000	0.0020	-0.0429
13	98.106	61.70	0.00	61.70	-0.0132	-0.0053	-0.0086	56.71	0.0000	-0.0053	-0.0157
14	107.632	61.55	0.00	61.55	0.0020	-0.0022	0.0339	3.29	0.0000	-0.0022	0.0340
15	114.952	61.45	0.00	61.45	0.0449	-0.0164	-0.0001	-89.86	0.0000	-0.0164	-0.0449
16	122.607	61.36	0.00	61.36	0.0056	-0.0378	0.0000	89.59	0.0000	-0.0378	0.0056
17	122.958	61.36	0.00	61.36	0.0284	0.0080	0.0118	67.44	0.0000	0.0080	0.0308
18	152.855	61.09	0.00	61.09	0.0005	-0.0004	0.0297	0.94	0.0000	-0.0004	0.0297
19	153.312	61.09	0.00	61.09	-0.0017	0.0095	0.0027	-31.24	0.0000	0.0095	0.0032
20	177.003	60.94	0.00	60.94	-0.0035	0.0029	-0.1142	1.77	0.0000	0.0029	-0.1143
21	179.897	60.93	0.00	60.93	-0.0046	0.0029	0.1018	-2.56	0.0000	0.0029	0.1019
22	317.696	60.52	0.00	60.52	-0.0005	-0.1009	0.0000	-90.00	0.0000	-0.1009	0.0005
23	431.569	60.39	0.00	60.39	-0.0003	-0.0005	-0.0002	57.65	0.0000	-0.0005	-0.0004
24	583.494	60.29	0.00	60.29	0.0003	0.0001	-0.0154	-0.93	0.0000	0.0001	-0.0154
25	585.091	60.28	0.00	60.28	0.0003	0.0002	0.0148	1.16	0.0000	0.0002	0.0148
26	624.937	60.27	0.00	60.27	-0.0002	-0.0002	0.0003	-29.20	0.0000	-0.0002	0.0004
27	766.052	60.22	0.00	60.22	0.0000	0.0000	0.0209	0.08	0.0000	0.0000	0.0209
28	766.120	60.22	0.00	60.22	0.0000	0.0000	0.0205	-0.11	0.0000	0.0000	0.0205
29	822.150	60.20	0.00	60.20	0.0000	0.0243	0.0000	-90.00	0.0000	0.0243	0.0000
30	947.709	60.18	0.00	60.18	0.0000	0.0000	0.0000	0.00	0.0000	0.0000	0.0000

ここで、1次モードと2次モードに就いて、最大応答変位を生じる節点（ともに節点6）の応答変位Dの θ に対する変化を示すと、図6・図7となる。

ここで、応答変位Dは、変位ベクトルの3成分のSRSS値で、次式による値である。尚、Dには、モード次数iや節点No.をサフィックスとして付けるべきであるが、特に誤解の恐れもないため、省略している。

$$D = \sqrt{D_{Xi}^2 + D_{Yi}^2 + D_{Zi}^2} \quad (15)$$

ここで、 D_{Xi} 、 D_{Yi} 、 D_{Zi} ：i次モードの（ある節点での）変位応答ベクトルのXYZ成分

図は、原点からの長さが θ 方向の応答変位値 D となるように、ZX平面上に於いて θ 方向にプロットしたものである。応答値の軌跡は、原点(0,0)を通る2つの円となった。円の直径は最大応答変位値 $D_{\max}$ に一致し、原点で接する「メガネ状の円」になる(注記6)。

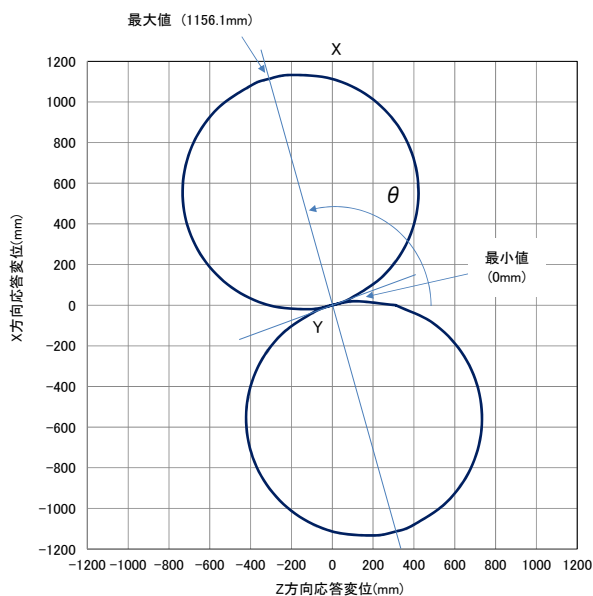


図6 1次モードの応答変位 節点6 ($\theta=105.61^\circ$ で最大)
(3次元簡易配管)

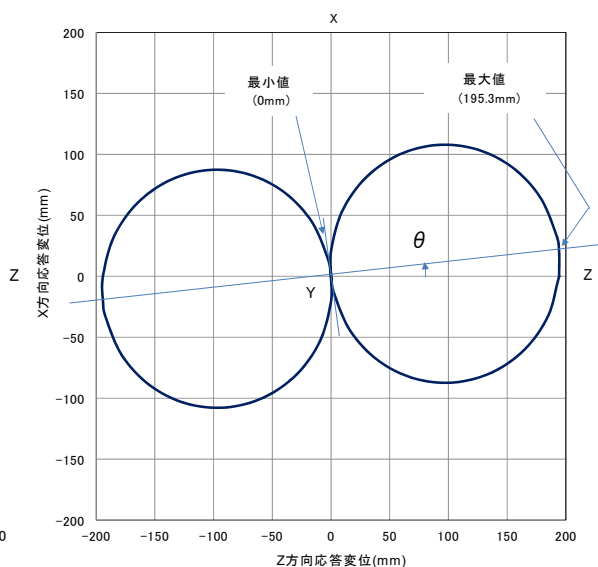


図7 2次モードの応答変位 節点6 ($\theta=6.0264^\circ$ で最大)
(3次元簡易配管)

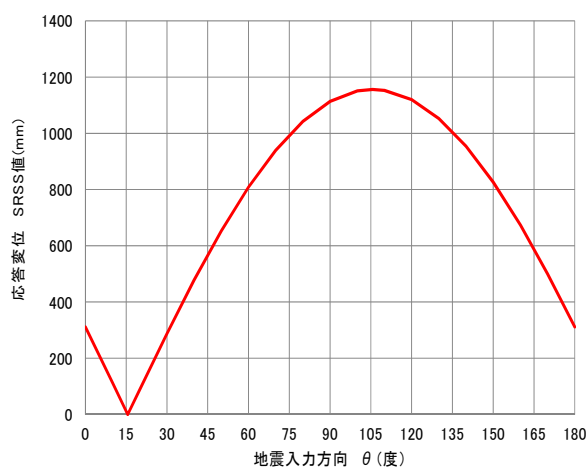


図8 1次モードの応答変位 節点6
(3次元簡易配管)

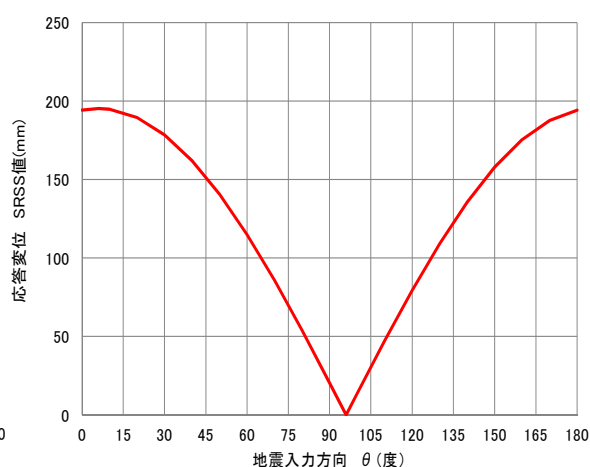


図9 2次モードの応答変位 節点6
(3次元簡易配管)

円の直径の大小は、当該モードの最大応答変位の大小となる。因みに、図6と図7はほぼ同じ大きさの円で描いているが、図のスケールが違うので、その点に注意して見て頂きたい。

1次モードの場合は、最大変位値は、 $\theta=-74.39^\circ$ (105.61°) で発生し、 $D_{\max}=1156.1\text{mm}$ である。また2次モードは、 $\theta=6.03^\circ$ で発生し、 $D_{\max}=195.3\text{mm}$ である。 θ は、いずれも表5に示した主軸方向角 $\alpha(=\theta)$ に一致する。

図8・図9は、 θ を横軸として応答変位を示したものである。

図 6・図 7 から、1 次モードの円の直径は 2 次モードの約 6 倍であり、1 次モードが、総合応答変位に対して大きく寄与することが分かる^(注記7)。また、1 次モードが最大となる $\theta = 105.61^\circ$ 方向で見ると、2 次モードは、非常に小さくなっており、殆ど応答変位に寄与しないことが分かる。このことは図 8・図 9 から確認できる。

(注記6) 円になるのは、変位ベクトル(D_x , D_y , D_z)の長さに相当する(15)式に示す SRSS 値の D を用いているからである。もし、例えば、1 次モードの変位成分 D_x だけを描いた場合は、参考図 1 に示すように、メガネ状の円ではなく、楕円が十字架状に連なった形状となる。形状は様々で、どうなるかは実際に描いてみなければ分からない。

(注記7) 当然のことながら、応答変位は(8)式で計算するので、刺激係数 β だけでなく、固有値 ω 、床応答スペクトル値 S_a にも依存する。特に、 ω は 2 乗で効くので、影響が大きい。数値的には、表 5 を参照。

(2) 多自由度系の総合合成応答

モード毎の刺激係数には、主軸方向が存在し、ゼロ最大となるが、1 次～n 次の総合合成応答は、モード数だけ、図 6 や図 7 に示した「メガネ状の円」(直径は異なる)を、而も、SRSS 合成したものとなるので、どの方向に最大値が向くかは予断できない。また、モード毎には、主軸方向に於いてゼロ最大値となるが、総合合成応答では、最小値がゼロとなる可能性は殆どなく、有限の値を示す。

図 10 は、3 次元簡易配管モデルの総合合成応答変位(下記(16)式による 3 方向の SRSS 値)を ZX 面上に示したものである。図 6 に示した 1 次モードに似た「メガネ状の円」に近い形となった。

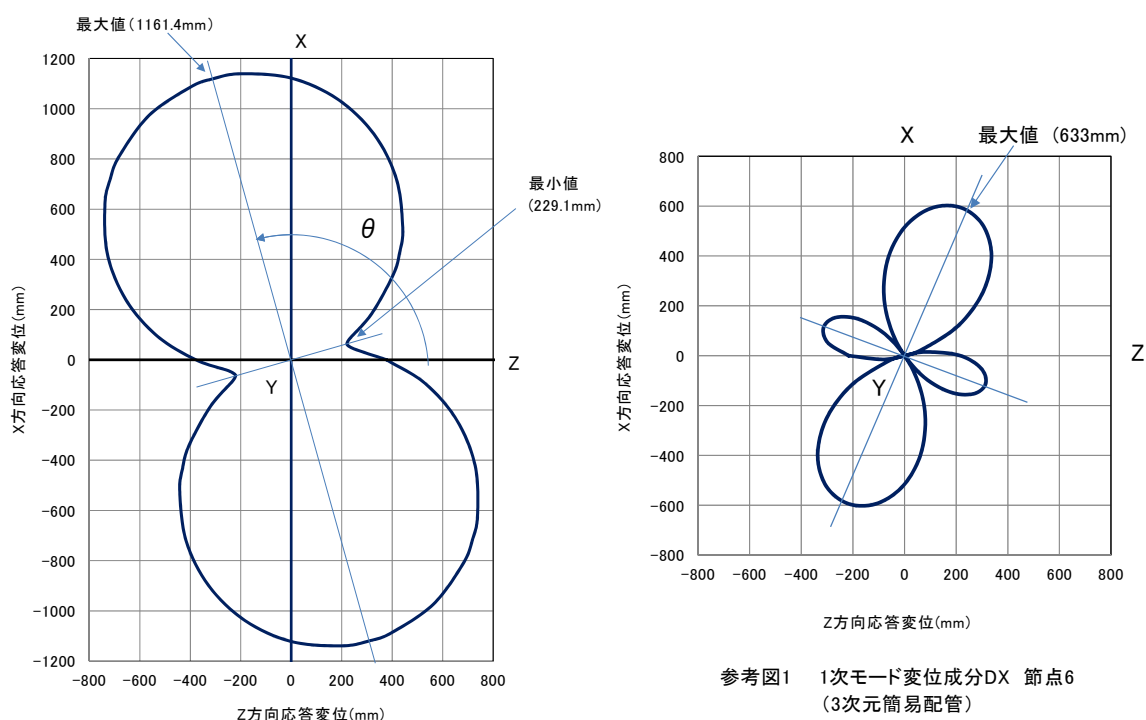


図10 総合合成応答変位 節点6 ($\theta = 105.61^\circ$ で最大)
(3次元簡易配管)

$$D = \sqrt{D_{X\theta}^2 + D_{Y\theta}^2 + D_{Z\theta}^2} \quad (16)$$

ここで、 $D_{X\theta}$, $D_{Y\theta}$, $D_{Z\theta}$:地震入力 θ 方向で、(ある節点での)変位応答の1次～30次のSRSS合成値。
次の(17)式による値である。

$$D_{JK} = \sqrt{\sum_{i=1}^{30} D_{JKi}^2} \quad (17)$$

ここで、 D_{JKi} : i 次モードの変位応答ベクトルの J 成分(地震入力 K 方向で $K=\theta$)
(J :ベクトル成分XYZ, K :地震入力方向XYZ θ , i :モード次数1,2,3,4,...,30)

$\theta=105.6^\circ$ で最大応答 $D_{\max}=1161.4\text{mm}$ を示し、その直交方向に於いて最小値は $D_{\min}=229.1\text{mm}$ となる。
最大値や形状が概ね図6の1次モードに似るところから、1次モードが卓越していることが分かる。
本配管の場合は「メガネ状の円」に近い形となったが、どのような形になるかは、実際に配管毎に計算してみなければ分からない。
いずれにしても、 θ によるパラメータサーベイ計算を行えば(実際は、第5項に示した5ステップによる座標変換による計算であるが)、このような図が得られ、最大値を把握することはできる。

(3) 最大応答値と水平2方向の応答合成に関する「5法」の比較検証

最大応答を求めるための水平2方向の合成法には、本文⁽¹⁾の第5.3.6節 表5.3-6(p.230)に示した5つの方法(以下、これを「5法」と略称する。)がある。

即ち、①「パラメータ θ による方法」、②「絶対値和」、③「SRSS合成」、④「大きい成分の選択」、⑤「 M_1 の大きい方の選択」の5法である。

これら5法の大小関係に就いては、関連資料(2)に於いて検証しており、以下の関係が判明している。

$$\textcircled{5} \leq \textcircled{4} \leq \textcircled{1}_{\max} \leq \textcircled{3} \leq \textcircled{2} \quad (18)$$

尚、①と④の大小関係に就いては、数式による一般検証ができないため、例題による計算検証が必要となっていた。

ここでは、3次元簡易配管モデルによる解析結果を用いて5法を比較検討し、併せて①と④の大小関係に関する検証も行う。

θ によるパラメータサーベイ計算を行い、最大値を示す節点6に於いて、5法に対する応答変位値(SRSS値で、(16)式による評価値)を算出して θ を横軸に展開すると、図11に示す通りとなった。

図11から以下のことが分かる。

①のパラメータ θ による値は、先に示した図10を θ を横軸に展開したものである。

①に対し、ZX方向の応答の「絶対値和」を取った②は、絶対的に、且つ、かなり保守的となることが分かる。

本配管モデルに就いては、最大値 $D_{\max}=1194.1\text{mm}$ に対して、②は1330～1670mmとなり、かなり大きめである。

③の「SRSS」は、 θ には依存せず一定値示すのが特徴で、①の最大値に近い値で、且つ保守的である。①の最大値 $D_{\max}=1161.4\text{mm}$ に対して 1183.8mm で、2%しか余裕はないが、保守性は保っているため、これを設計評価に用いれば、適度な保守性を常時保持される。

④の「大きい成分の選択」と⑤の「 M_i の大きい方の選択」に就いては、図示のように、①が最大値を示す近傍では、①の数値をよくフォローし、ほぼ同じ値となる。また、その他の部分も、①より大きめの値を確保している。が、結局、「①の最大値」($\textcircled{1}_{\max}$)に対して常時の保守性は維持できないことが分かる。

従って、④と⑤に就いては、「①の最大値」($\textcircled{1}_{\max}$)に対する保守性が保証されていないため、採用しない方がよいと判断される。

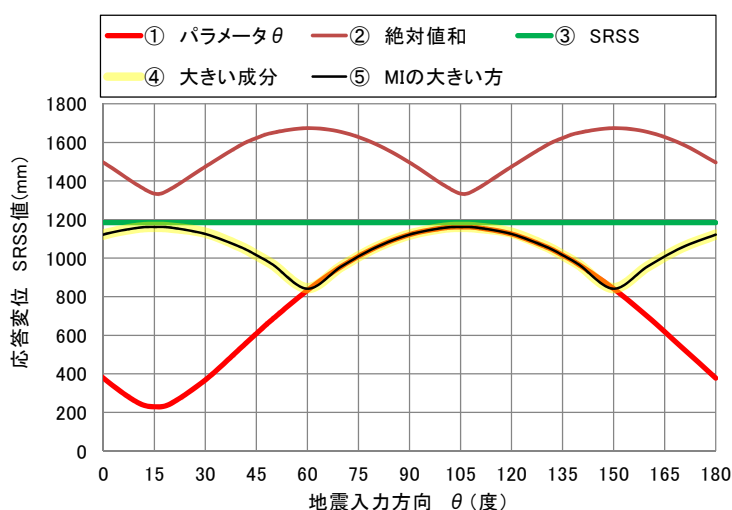


図11 総合合成応答変位 節点6
(3次元簡易配管)

以上の結果から、(18)式の関係が証明され、③の SRSS により最大応答値を評価すれば、適度に保守的な結果が得られることが検証された(注記8)。

尚、本文⁽¹⁾の第2.8節(p.59)で用いた20B標準配管に就いても同様の検討を、関連資料(3)で行っているため、参照願いたい。結論は、上記と同じである。

(注記8) ①と④の大小関係に関する数値検証は、変位応答ベクトルの長さに相当する式(16)による SRSS 値を用いての結果である。配管の強度評価などで用いる反力モーメントも全く同じ処理を行って SRSS 値の F_i や M_i を求めているので、それらに対して、上記の検証結果は当て嵌るが、それ以外、例えば、ベクトルの1成分だけを考える問題には当て嵌らない可能性がある。従って、例題による計算検証は、必ずしも完璧な証明ではないことに留意願いたい。尤も、ここでの結論を援用して、④⑤を用いないと判断しても特に弊害は生じないと考ええる。

8. 関連資料

- (1) 水野貞男「配管の設計解析法」エムエス配管解析技術、2013年5月
- (2) MSP0003-R00「水平2方向地震力の合成方法の比較検証」
- (3) MSP0009-R00「20B標準配管モデルによる地震入力方向の検討」