MSP0011-R00 2016年10月6日 エムエス配管解析技術 水野 貞男

累積有効質量比によるモード重ね合わせのチェック法

1. 概要

耐震解析結果が妥当な振動モードを拾っているかどうかは問題となる所である。

「配管の設計解析法」⁽¹⁾の第7.1.4項(p.325)に於いては、刺激関数の累積値 Σβ φによるチェックを推奨した。モ ード毎のβφは±の値を取るため累積値は1.0を超える場合もあり、1.0への単調増加の漸近性を示さないが、 全節点での平均値は単調増加の漸近性を示すので、便宜的に平均値を用いて判定することにした。これに対し て、モード毎の有効質量比は常に1.0以下の正値を取り、従ってまた累積値は1.0への単調増加の漸近性を示し、 全モードを累積した場合にのみ1.0となるので、モード重ね合わせの妥当性チェックとしては、こちらの方が好都 合である。

本資料は、有効質量比によるモード重ね合わせのチェック法に就いての検討結果をまとめたものである。

2. 検討用のモデル配管

本検討には、関連資料(2)(3)で用いた3次元簡易配管と20B標準配管を用いる。

図1(1)(2)にそれぞれの配管の解析モデル図を示す。

また,表1(1)(2)に1次~30次までの固有振動数と刺激係数を示す。

尚,配管の詳細に関しては関連資料(2)(3)を参照願いたい。



表1(1) 3次元簡易配管モデルの固有振動数・刺激係数 表1(2) 20B標準配管モデルの固有振動数・刺激係数										
モード	固有振動数		刺激係数		モード	固有振動数		刺激係数		
No.	f(Hz)	PX	PY	PZ	No.	f(Hz)	PX	PY	PZ	
1	8.584	-0.23164	0.06461	0.06472	1	12.520	0.44068	-0.08097	0.02382	
2	13.464	0.01706	-0.07627	0.16160	2	13.958	0.00928	0.49940	-0.05171	
3	14.315	-0.02743	0.19649	-0.02202	3	14.664	-0.02526	0.74052	-0.04822	
4	14.775	-0.14501	-0.13665	-0.09705	4	15.488	-0.21835	-0.16206	-0.50719	
5	20.579	0.02684	0.00880	-0.10571	5	16.212	-0.21858	-0.01168	0.76490	
6	30.183	-0.02895	-0.06046	0.00017	6	17.857	-0.00983	0.07395	-0.07216	
7	32.821	-0.04584	-0.00011	-0.06209	7	17.950	0.02916	-0.00056	-0.31986	
8	42.806	-0.01303	0.00112	0.00737	8	19.163	-0.77375	0.00014	-0.01714	
9	46.508	-0.06089	0.00050	0.03118	9	19.565	0.42884	-0.00011	-0.04841	
10	59.557	-0.01449	0.00689	0.04102	10	21.663	-0.04108	-0.01719	0.04464	
11	59.978	0.01144	0.05470	-0.00223	11	24.167	0.18268	0.00181	0.23674	
12	98.014	0.00695	0.00204	-0.04231	12	27.764	0.02077	0.32093	-0.01962	
13	98.106	-0.01316	-0.00533	-0.00864	13	31.058	-0.02071	0.12024	0.01337	
14	107.632	0.00195	-0.00224	0.03394	14	43.446	-0.07123	-0.25360	0.00170	
15	114.952	0.04493	-0.01641	-0.00011	15	43.997	0.09826	-0.00345	0.20165	
16	122.607	0.00555	-0.03775	0.00004	16	50.119	0.03885	-0.01004	-0.00372	
17	122.958	0.02841	0.00804	0.01180	17	58.003	-0.05326	-0.05122	-0.01149	
18	152.855	0.00049	-0.00044	0.02972	18	61.144	0.03156	0.01311	0.15834	
19	153.312	-0.00165	0.00945	0.00272	19	68.342	0.10899	0.03555	0.00640	
20	177.003	-0.00353	0.00291	-0.11422	20	73.974	-0.05667	0.09460	0.02885	
21	179.897	-0.00455	0.00294	0.10179	21	76.289	-0.09012	0.17097	-0.02170	
22	317.696	-0.00048	-0.10093	0.00000	22	83.247	-0.03246	-0.00985	-0.19927	
23	431.569	-0.00030	-0.00050	-0.00019	23	86.056	-0.02419	0.14231	-0.02288	
24	583.494	0.00025	0.00014	-0.01542	24	93.353	-0.04203	0.00342	-0.02267	
25	585.091	0.00030	0.00015	0.01483	25	98.084	0.01340	0.23954	-0.00072	
26	624.937	-0.00019	-0.00016	0.00034	26	104.158	0.03323	-0.00300	-0.18402	
27	766.052	0.00003	0.00004	0.02093	27	110.063	-0.02624	-0.05426	-0.00838	
28	766.120	-0.00004	-0.00004	0.02049	28	114.293	-0.08091	0.00018	0.10566	
29	822.150	-0.00003	0.02427	0.00000	29	121.733	0.04846	-0.01881	-0.05646	
30	947,709	0.00000	0.00000	0.00000	30	124 858	-0.04888	-0.10348	0.00415	

3. 有効質量と有効質量比・累積有効質量比

モード毎の有効質量は以下の定義である。

まず, i次モードに関して

$$\phi_{i}^{T}MI = \sum m\phi_{i} = \sum_{j=1}^{k} (m_{Xj}\phi_{Xji} + m_{Yj}\phi_{Yji} + m_{Zj}\phi_{Zji})$$
(1)
$$\phi_{i}^{T}M\phi_{i} = \sum m\phi_{i}^{2} = \sum_{j=1}^{k} (m_{Xj}\phi_{Xji}^{2} + m_{Yj}\phi_{Yji}^{2} + m_{Zj}\phi_{Zji}^{2})$$
(2)

ここで、 $\phi_{x_{ji}}$:i次モードの節点jでの X 方向並進モード成分。YZ に就いても同様。 解析モデル上、自由度がないものはゼロとする。

m_{xi}:節点jでの質量 m_iの X 方向成分。通常は、等方質量で次式が成り立つ。

m_{Xj} = m_{Yj} = m_{Zj} = m_j (3) 解析モデル上,自由度のないものはゼロとする。 j:節点番号で j=1~k i:モード番号で i=1~n

とすると, i 次モードの有効質量 m_{ei}は,

$$m_{ei} = \frac{\left(\phi_i^{T} M I\right)^2}{\phi_i^{T} M \phi_i} = \frac{\left(\sum m \phi_i\right)^2}{\sum m \phi_i^2}$$
(4)

となる。また i 次モードの有効質量比 µ, は,

$$\mu_{i} = \frac{m_{ei}}{m_{T}}$$
(5)

ここで, m_T:総質量で次式による。

$$m_{\rm T} = \sum_{j=l}^k (m_{\rm Xj} + m_{\rm Yj} + m_{\rm Zj}) \eqno(6)$$

となる。従って、累積有効質量1次~p次(p≦n)までの累積有効質量比は、

$$\mu_{\rm S} = \sum_{i=1}^{p} \mu_i = \sum_{i=1}^{p} \left(\frac{m_{\rm ei}}{m_{\rm T}} \right)$$
 (7)

となる。全モード(p=n)まで足せば、 μ_s =1.0となる。即ち、

$$\mu_{\rm S} = \sum_{i=1}^{n} \mu_i = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{m_{\rm ei}}{m_{\rm T}} \right) = 1.0 \qquad (8)$$

である。

4. モデル配管の累積有効質量比の計算

モデル配管の1次モードに就いて,有効質量や有効質量比を具体的に計算して,表2(1)(2)に示す。

φiは解析アウトプットとして得られた1次モード,またmX,mY,mZは,解析モデルの入力データから手計算で求 めた各節点での集中質量である。これらから,前項に示した式に従ってmφ,mφ²を並進モード成分に就いての み計算し,各々総合計する。

因みに, 表 2 中の朱記した数値 $\Sigma m_{Ji} \phi_{Ji} \varepsilon$ 青記した $\phi^T M \phi = 1000(規格化条件値)で割ると, 刺激係数 <math>\beta_J$ が得られるが, それらは, 表 1 に示した解析アウトプット値と一致することが確認できる。

 $\beta_{\rm J} = \frac{\phi^{\rm T} M \, I_{\rm J}}{\phi^{\rm T} M \phi} \qquad (J=X,Y,Z) \tag{9}$

2次モード以降に対して,表2に示したと同じ計算を実施し,各次の有効質量・有効質量比を求めれば,累積値が 得られる。

実際に累積値を計算した結果を表3(1)(2)に示す。また、図2(1)(2)には、有効質量比の累積状況を示す。

3 次元簡易配管は 30 モードで全数となるので,累積有効質量比は 1.0 となる。これに対して,20B 標準配管は, 123 モードで全数のため,30 モードでは,1.0 にはならないが,0.988 となり,1.0 に極めて近い。

また, 耐震設計に於いて, モード重ね合わせ基準として用いられている「20 モード基準」や「33Hz 基準」などを併せて示す。

3 次元簡易配管は, 元々, 解析数理特性などを検討するためのモデルに過ぎず, 耐震設計的に最適化したものではないため, 数次で固有振動数が急速に高まるなど, 通常の設計領域を遙かに超えている。そのため, モードの重ね合わせ基準の検討には必ずしも適切ではないが, それでも, 20モード基準に対しては 0.915, 33Hz 基準(7次までの重ね合わせ)に対しては 0.809 と, 比較的に良好な累積有効質量比となった。

これに対し,実設計を考慮した 20B 標準配管は,20 モード基準では 0.934,33Hz 基準(13 次までの重畳)では 0.855 と概ね妥当な結果となった。

表2(1) 3次元簡易配管の有効質量・」有効質量比・累積有効質量比の計算

ᄷᆂᆂ	1次モード(ベクトル) <i>ф</i> i					筋占の質量			mi¢i			$mi \phi i^2$			
即只来已	並進成分			回転成分		1	並進成分 並進成分			並進成分					
田方	dX	dY	dZ	rХ	rY	rZ	mΧ	mΥ	mZ	Х	Y	Z	Х	Y	Z
1	0.000	0.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	-1.136	0.002	-0.100	-0.0002	-0.0003	0.0019	5.61	5.61	5.61	-6.38	0.01	-0.56	7.25	0.00	0.06
3	-3.369	0.003	-0.321	-0.0002	-0.0006	0.0022	5.61	5.61	5.61	-18.90	0.02	-1.80	63.68	0.00	0.58
4	-3.373	1.878	0.457	-0.0003	-0.0009	0.0014	15.82	15.82	15.82	-53.34	29.70	7.23	179.89	55.78	3.30
5	-3.374	2.787	1.463	-0.0003	-0.0010	0.0004	5.61	5.61	5.61	-18.93	15.64	8.21	63.88	43.60	12.01
6	-3.374	2.662	2.244	-0.0003	-0.0005	-0.0006	5.61	5.61	5.61	-18.94	14.94	12.60	63.90	39.76	28.27
7	-3.374	1.719	2.374	-0.0003	0.0003	-0.0012	5.61	5.61	5.61	-18.93	9.65	13.33	63.87	16.58	31.64
8	-3.372	0.409	1.623	-0.0003	0.0012	-0.0013	15.82	15.82	15.82	-53.33	6.46	25.66	179.85	2.64	41.64
9	-3.368	-0.761	0.004	-0.0003	0.0019	-0.0010	5.61	5.61	5.61	-18.90	-4.27	0.02	63.65	3.25	0.00
10	-1.412	-0.429	0.003	-0.0003	0.0016	-0.0007	15.82	15.82	15.82	-22.33	-6.79	0.04	31.53	2.91	0.00
11	-0.299	-0.134	0.001	-0.0002	0.0007	-0.0003	5.61	5.61	5.61	-1.68	-0.75	0.01	0.50	0.10	0.00
12	0.000	0.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
							ΣmX	ΣmΥ	ΣmZ	Σm _x iφ _x i	Σm _Y iφ _Y i	Σm _z iφ _z i	$\Sigma m_{\rm X} i \phi_{\rm X} i^2$	$\Sigma m_{\rm Y} i \phi_{\rm Y} i^2$	$\Sigma m_z i \phi_z i^2$
							86.73	86.73	86.73	-231.67	64.61	64.73	718.01	164.62	117.50
								mT			$\Sigma m \phi = \phi^T N$	I		$\phi^{T}M\phi$	

260.20	-102.33	1000.13
$(\Sigma m \phi)^2 = (\phi^T MI)^2$	10471.23	
有効質量 m _{ei} =(ϕ^{T} M	10.47	
有効質量比 μ _i =m _{ei} /	′m _T	0.04024
累積有効質量比 Σ	0.04024	

表2(2) 20B標準配管の有効質量・」有効質量比・累積有効質量比の計算

筋占	1次モード(ベクトル) <i>ф</i> i				筋占の哲景			mi ϕ i			$mi\phi i^2$				
即息 悉是		並進成分			回転成分		В	中京の資産	L		並進成分			並進成分	
田夕	dX	dY	dZ	rХ	rY	rZ	mХ	mY	mZ	Х	Y	Z	Х	Y	Z
1	0.151	0.003	-0.090	-0.0002	0.0000	-0.0003	20.36	20.36	20.36	3.07	0.06	-1.84	0.46	0.00	0.17
2	0.583	0.003	-0.378	-0.0003	0.0000	-0.0005	40.71	40.71	40.71	23.72	0.14	-15.41	13.82	0.00	5.83
3	1.147	0.004	-0.764	-0.0004	0.0000	-0.0006	25.20	25.20	25.20	28.91	0.10	-19.26	33.16	0.00	14.73
4	1.288	0.004	-0.863	-0.0004	-0.0001	-0.0006	17.03	17.03	17.03	21.92	0.07	-14.69	28.23	0.00	12.67
5	1.572	-0.106	-1.072	-0.0004	-0.0001	-0.0004	24.36	24.36	24.36	38.30	-2.58	-26.12	60.22	0.27	28.00
6	1.643	-0.241	-1.054	-0.0003	-0.0003	-0.0001	22.52	22.52	22.52	37.00	-5.42	-23.75	60.77	1.30	25.04
7	1.643	-0.283	-0.904	-0.0003	-0.0003	-0.0001	25.20	25.20	25.20	41.42	-7.13	-22.79	68.07	2.02	20.61
8	1.644	-0.321	-0.660	-0.0003	-0.0004	0.0000	35.22	35.22	35.22	57.89	-11.29	-23.24	95.17	3.62	15.33
9	1.644	-0.342	-0.264	-0.0002	-0.0004	0.0000	35.22	35.22	35.22	57.89	-12.05	-9.31	95.16	4.12	2.46
10	1.643	-0.350	0.068	-0.0002	-0.0005	0.0000	40.51	40.51	40.51	66.56	-14.17	2.75	109.35	4.95	0.19
11	1.642	-0.362	0.320	-0.0002	-0.0005	0.0000	22.52	22.52	22.52	36.98	-8.15	/.21	60.72	2.95	2.31
12	1.491	-0.340	0.658	-0.0002	-0.0007	-0.0001	24.36	24.36	24.36	36.33	-8.29	16.03	54.17	2.82	10.55
13	1.090	-0.2/3	0.825	-0.0001	-0.0007	-0.0001	22.52	22.52	22.52	24.56	-6.15	18.57	26.//	1.68	15.32
14	0.741	-0.212	0.825	-0.0001	-0.0006	-0.0001	29.91	29.91	29.91	22.15	-6.35	24.67	16.41	1.35	20.34
10	0.456	-0.159	0.825	-0.0001	-0.0006	-0.0001	19.71	19.71	19.71	8.99	-3.13	10.20	4.10	0.50	13.40
10	0.101	-0.101	0.824	-0.0001	-0.0006	-0.0001	22.52	22.52	22.52	3.02	-2.28	17.60	0.08	0.23	10.30
17	-0.167	-0.036	0.720	-0.0001	-0.0004	0.0000	24.30	24.30	24.30	-2.27	-0.91	17.00	0.21	0.03	12.03
10	-0.107	0.000	0.000	-0.0001	-0.0002	0.0000	40.51	22.JZ	40.51	-3.77	-0.14	10.01	1 1 2	0.00	9.20
20	-0.165	0.000	0.450	-0.0001	-0.0002	0.0000	40.01	40.01	40.01	-0.74	0.00	11.50	0.06	0.00	0.20
20	-0.163	0.000	0.327	-0.0001	-0.0002	0.0000	40.71	40.71	40.71	-6.65	0.21	9.14	1.00	0.00	1.63
21	-0.161	0.011	0.200	-0.0001	-0.0001	0.0000	56.02	56.02	56.02	-0.03	0.44	6.20	1.03	0.00	0.60
22	-0.161	0.012	0.111	0.0001	0.0001	0.0000	40.71	40.71	40.71	-6.57	0.04	2.03	1.40	0.01	0.03
2.0	-0.161	0.005	0.030	0.0000	0.0000	0.0000	35.22	35.22	35.22	-5.68	0.37	0.40	0.02	0.00	0.10
25	-0.161	0.001	-0.005	0.0000	0.0000	0.0000	40.51	40.51	40.51	-6.53	0.06	-0.20	1.05	0.00	0.00
26	-0.161	-0.001	-0.012	0.0000	0.0000	0.0000	22.52	22.52	22.52	-3.63	-0.02	-0.26	0.58	0.00	0.00
27	-0 154	0.004	-0.001	0.0000	0.0000	0.0000	24.36	24.36	24.36	-3.75	0.02	-0.01	0.58	0.00	0.00
28	-0.117	0.014	0.013	0.0000	0.0001	0.0000	22.12	22.12	22.12	-2.59	0.31	0.30	0.30	0.00	0.00
29	-0.080	0.020	0.013	0.0000	0.0001	0.0000	30.07	30.07	30.07	-2.39	0,60	0.40	0,19	0.01	0.01
30	-0.044	0.025	0.014	0.0000	0.0001	0.0000	22.12	22.12	22.12	-0.97	0.55	0.30	0.04	0.01	0.00
31	-0.014	0.028	0.003	0.0000	0.0000	0.0000	24.36	24.36	24.36	-0.34	0.69	0.06	0.00	0.02	0.00
32	-0.008	0.025	-0.008	0.0000	0.0000	0.0000	22.52	22.52	22.52	-0.18	0.57	-0.17	0.00	0.01	0.00
33	-0.008	0.021	-0.009	0.0000	0.0000	0.0000	40.51	40.51	40.51	-0.33	0.87	-0.36	0.00	0.02	0.00
34	-0.008	0.016	-0.009	0.0000	0.0000	0.0000	35.22	35.22	35.22	-0.29	0.58	-0.31	0.00	0.01	0.00
35	-0.008	0.010	-0.006	0.0000	0.0000	0.0000	35.22	35.22	35.22	-0.28	0.36	-0.22	0.00	0.00	0.00
36	-0.008	0.006	-0.003	0.0000	0.0000	0.0000	25.20	25.20	25.20	-0.20	0.15	-0.08	0.00	0.00	0.00
37	-0.008	0.003	-0.001	0.0000	0.0000	0.0000	22.52	22.52	22.52	-0.18	0.07	-0.02	0.00	0.00	0.00
38	-0.008	0.001	0.000	0.000	0.0000	0.0000	24.36	24.36	24.36	-0.19	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
39	-0.006	0.000	-0.001	0.0000	0.0000	0.0000	22.52	22.52	22.52	-0.14	0.00	-0.01	0.00	0.00	0.00
40	-0.004	0.000	-0.001	0.0000	0.0000	0.0000	25.20	25.20	25.20	-0.10	0.00	-0.02	0.00	0.00	0.00
41	-0.002	0.000	-0.001	0.0000	0.0000	0.0000	14.86	14.86	14.86	-0.03	0.00	-0.01	0.00	0.00	0.00
							ΣmX	ΣmY	ΣmZ	Σm _X iφ _X i	Σm _Y iφ _Y i	Σ m _z i φ _z i	$\Sigma m_{\rm X} i \phi_{\rm X} i^2$	$\Sigma m_{\rm Y} i \phi_{\rm Y} i^2$	$\Sigma m_z i \phi_z i^2$
						1177.35	1177.35	1177.35	440.64	-80.96	23.81	737.39	25.98	236.53	
	m_{T} $\Sigma m \phi = \phi^{T} M I$									$\phi^{T} M \phi$					
			3532.05 383.49								999.89				
· _ · _ · _ · _ · _ ·										1470000					
	$(\Sigma m \phi)^2 = (\phi' MI)^2$									14/066.8					
							有	· 重到版	m _{ei} =(φ'Μ	I) ⁻ /φ'Μφ				147.08	
							有	可効質量比	μ _i =m _{ei} /	ʹm _T				0.0416	
累積有効質量比 $\Sigma \mu_i$										0.0416					

表3 (1)	3次元簡易配	管の有効質	量·有効質量	量比	
£−⊦°	固有振動数	有効	質量	有効質	〔量比
No.	Hz		累積値		累積値
1	8.584	10.47	10.47	0.040	0.040
2	13.464	10.49	20.96	0.040	0.081
3	14.315	21.62	42.58	0.083	0.164
4	14.775	143.44	186.02	0.551	0.715
5	20.579	4.91	190.93	0.019	0.734
6	30.183	7.96	198.90	0.031	0.764
7	32.821	11.68	210.57	0.045	0.809
8	42.806	0.02	210.59	0.000	0.809
9	46.508	0.85	211.45	0.003	0.813
10	59.557	1.12	212.57	0.004	0.817
11	59.978	4.09	216.65	0.016	0.833
12	98.014	1.11	217.76	0.004	0.837
13	98.106	0.74	218.50	0.003	0.840
14	107.632	1.13	219.63	0.004	0.844
15	114.952	0.81	220.44	0.003	0.847
16	122.607	1.03	221.47	0.004	0.851
17	122.958	2.33	223.80	0.009	0.860
18	152.855	0.89	224.69	0.003	0.864
19	153.312	0.11	224.80	0.000	0.864
20	177.003	13.19	237.99	0.051	0.915
21	179.897	10.04	248.03	0.039	0.953
22	317.696	10.28	258.31	0.040	0.993
23	431.569	0.00	258.31	0.000	0.993
24	583.494	0.23	258.54	0.001	0.994
25	585.091	0.23	258.77	0.001	0.994
26	624.937	0.00	258.77	0.000	0.994
27	766.052	0.44	259.21	0.002	0.996
28	766.120	0.42	259.63	0.002	0.998
29	822.150	0.59	260.21	0.002	1.000
30	947,709	0.00	260.21	0.000	1.000

表3 (2)	20B標準配管	の有効質量	・有効質量」	比	
£-ŀ	固有振動数	有効	質量	有効質	〔量比
No.	Hz		累積値		累積値
1	12.520	147.08	147.08	0.042	0.042
2	13.958	208.81	355.89	0.059	0.101
3	14.664	444.91	800.81	0.126	0.227
4	15.488	787.81	1588.62	0.223	0.450
5	16.212	285.82	1874.44	0.081	0.531
6	17.857	0.07	1874.50	0.000	0.531
7	17.950	84.81	1959.32	0.024	0.555
8	19.163	625.23	2584.55	0.177	0.732
9	19.565	144.60	2729.15	0.041	0.773
10	21.663	0.19	2729.34	0.000	0.773
11	24.167	177.42	2906.76	0.050	0.823
12	27.764	103.73	3010.49	0.029	0.852
13	31.058	12.75	3023.24	0.004	0.856
14	43.446	104.41	3127.65	0.030	0.886
15	43.997	87.87	3215.52	0.025	0.910
16	50.119	0.63	3216.15	0.000	0.911
17	58.003	13.46	3229.61	0.004	0.914
18	61.144	41.21	3270.82	0.012	0.926
19	68.342	22.78	3293.60	0.006	0.932
20	73.974	4.46	3298.06	0.001	0.934
21	76.289	3.49	3301.55	0.001	0.935
22	83.247	58.36	3359.91	0.017	0.951
23	86.056	9.08	3368.99	0.003	0.954
24	93.353	3.75	3372.74	0.001	0.955
25	98.084	63.59	3436.33	0.018	0.973
26	104.158	23.64	3459.97	0.007	0.980
27	110.063	7.90	3467.87	0.002	0.982
28	114.293	0.62	3468.49	0.000	0.982
29	121.733	0.72	3469.21	0.000	0.982
30	124.858	21.97	3491.18	0.006	0.988



5. 累積有効質量比によるチェック法の妥当性

モード重ね合わせに関して累積有効質量比によるチェック法があり、0.7~0.8以上が目処とされているが、その妥当性を以下に検討する。尚、3次元簡易配管は、耐震設計的に十分に最適化された配管ではないので、除外し、20B標準配管を用いて検討する。

配管の応力評価で問題となるのは, 最終的に XYZ 加振方向に対して SRSS 合成した「総合合成反力モーメント」 である。これが, モード重ね合わせによってどう変化するかを調べる。

尚, モード重ね合わせ数に対して,「総合合成反力モーメント」の変化を調べると,反力モーメント値が小さい場合, 収束性が悪い傾向があるので,ある程度大きい値に限定して考えるものとする。

そこで,最終的に30モードを累積した時点の値に関して,最大値を示すものから順に5点を選び,その平均値を出し,その1/2を閾値として足切りするものとした。

この 1/2 閾値は, 合成反力 F₁に就いては最大値約 26 万 kg に対し約 12 万 kg となった。これによる対象評価点 は 80 点中の 54 評価点を占めた。また合成モーメント M₁は最大値約 44 万 kg-m に対し約 16 万 kg-m となり, 評 価点は 80 点中の 19 評価点と, かなり限定された。これは, 合成モーメントの最大値 44 万が, 他に比べて大きく 突出しているためである^(注記1)。

以上のようにして選んだ評価点の合成反力モーメントを図 3, 図 4 に示す。

尚,図には、30モードを累積した場合の最終値で除した「合成反力モーメント比」も併せて示した。





特に, 比を示した図を見ると, いずれも, 10 モードまでは急速に変化増大し, 10~15 モードでほぼ 1.0 に収束し, 15 モード以降は 1.0 に落ち着くことが分かる。

図から合成反力モーメント比の最小値(下限値)を拾い,累積モード数や有効質量比と対比させると,表4や図5 に示すようになる。合成反力と合成モーメントでほぼ同じ傾向であるが,両者とも,有効質量比0.7~0.8で急激な 変化を見る。



本配管(20B標準配管)の場合, 33Hz 基準で 13 モードを累積しており, これに対する累積有効質量比は 0.856 で ある。合成反力比, 合成モーメント比はそれぞれ 0.973, 0.988 となり, 30 モード累積した値に対しては, 約 3%の偏 差(誤差)があるが, 概ね妥当な結果が得られている^(注記2)。

表 4, 図 5 から, 問題となっている累積有効質量比 0.7~0.8 での判定はどうかを検討する。

特に,図5に於いて明瞭であるが,0.7~0.8の間で急激な変化を示すことが分かる。即ち,累積有効質量比が 0.732の場合は8モードの重ね合わせで,これに対する合成反力モーメント比は,それぞれ0.387,0.377と非常に 小さい。これでは誤差が大きく,妥当な結果とは言えない。しかし,1モードを増やし9モード(有効質量比:0.773) にすると急速に合成反力モーメント比は大きくなり,0.959,0.953となる。これは,13モード累積と殆ど変わらない 値となるが,変化が急激で安定性に欠ける嫌いがあると言える。

以上, 20B 標準配管による検討結果では,累積有効質量比が 0.8 以上であれば,約 4%の誤差で妥当な結果が得られるとの結論である。但し,耐震解析は,元々,振動解析の一種であり,基本的には共振を問題とするため,安定した結果が得られると言う保証がない点に留意する必要があるとの結果でもある。

(注記2) 本配管の場合, 30 モードの累積では終局値にはなっていない。が, 一応, ほぼ終局値に近いと看做している。従って, 真正の終局値に対しては, もう少し誤差を見込む必要がある。

補足として、刺激関数 $\beta \phi$ との比較も行った。

表 5, 図 6 に, 刺激関数 $\beta \phi$ の全節点に対する平均値の累積値 (加振方向別の $\beta \phi_X$, $\beta \phi_Y$, $\beta \phi_Z$ で, (10)式参照) と, 加振方向に対する平均値 ((11)式参照)を示す。また, 図 7 には, 累積有効質量比との相関を示す。 加振方向毎の累積値には, 大きなばらつきが見られるが, 3 つの平均値に就いては, 累積有効質量比との相関 が良好であるのが分かる。

累積	固有振動数	累積	βφ	₽均値の累	積値	
モード数	f(Hz)	有効質量比	βφχ	βφ _Y	βφz	平均値
1	12.520	0.042	0.177	0.006	0.000	0.061
2	13.958	0.101	0.177	0.215	0.003	0.132
3	14.664	0.227	0.178	0.648	0.005	0.277
4	15.488	0.450	0.220	0.672	0.239	0.377
5	16.212	0.531	0.263	0.672	0.677	0.537
6	17.857	0.531	0.263	0.685	0.682	0.543
7	17.950	0.555	0.263	0.685	0.771	0.573
8	19.163	0.732	0.734	0.685	0.771	0.730
9	19.565	0.773	0.899	0.685	0.771	0.785
10	21.663	0.773	0.900	0.685	0.773	0.786
11	24.167	0.823	0.924	0.685	0.842	0.817
12	27.764	0.852	0.924	0.752	0.843	0.840
13	31.058	0.856	0.925	0.774	0.843	0.847
14	43.446	0.886	0.930	0.830	0.843	0.868
15	43.997	0.910	0.940	0.830	0.873	0.881
16	50.119	0.911	0.942	0.830	0.873	0.882
17	58.003	0.914	0.945	0.831	0.873	0.883
18	61.144	0.926	0.946	0.832	0.898	0.892
19	68.342	0.932	0.957	0.835	0.898	0.896
20	73.974	0.934	0.958	0.844	0.897	0.900
21	76.289	0.935	0.966	0.875	0.897	0.913
22	83.247	0.951	0.967	0.875	0.934	0.925
23	86.056	0.954	0.967	0.894	0.935	0.932
24	93.353	0.955	0.970	0.894	0.937	0.934
25	98.084	0.973	0.970	0.957	0.937	0.955
26	104.158	0.980	0.972	0.957	0.979	0.969
27	110.063	0.982	0.972	0.960	0.979	0.970
28	114.293	0.982	0.981	0.960	0.990	0.977
29	121.733	0.982	0.985	0.960	0.993	0.979
30	124.858	0.988	0.987	0.969	0.993	0.983

<u>表5</u>20B標準配管 累積有効質量比と累積平均βφの関係



尚, $\beta \phi$ の累積平均値 $\beta \phi_n(\eta = X, Y, Z)$ は以下の定義である。

$$\beta \phi_{\eta} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n} \beta_{\eta i} \phi_{\eta j i}$$
 (10)
ここで、 $\beta_{\eta i}$:i 次モードの加振方向 η の刺激係数 (η =X, Y, Z)
 $\phi_{\eta j i}$:i 次モードの節点jでの η 方向並進モード成分 (η =
 η :加振方向で η =X, Y, Z

平均值 =
$$\frac{1}{3} \left(\beta \phi_{\rm X} + \beta \phi_{\rm Y} + \beta \phi_{\rm Z} \right)$$
 (11)

である。

 $(\eta = X, Y, Z)$

6. 累積有効質量比によるチェック法に関する結論

解析結果が必要な振動モードを拾っているかどうかは、累積有効質量比である程度確認でき、20B標準配管に よる検討結果によれば、累積有効質量比が

$$\mu_{\rm S} = \sum_{i=1}^{\rm p} \mu_i = \sum_{i=1}^{\rm p} \left(\frac{m_{\rm eqi}}{m_{\rm T}} \right) = 0.8 \, \text{km} \, \text{m} \, \text{m$$

であれば、モード重ね合わせとしては、概ね妥当との結果が得られた。

但し, 先にも述べたように, 耐震解析は, 元々, 振動解析の一種であり, 共振を問題としているため, 安定した結 果が得られるとは限らないことに注意する必要がある。

7. モードの重ね合わせの判定基準

以上の検討では、有効質量比によるチェックでモードの重ね合わせの蓋然的判定が得られるとの結論となった。 今までの経験からは、モード重ね合わせに関しては、有効質量比による判定とは別に、地震波の周波数特性や 床応答スペクトルの卓越周波数特性を考慮し、例えば、床応答スペクトルの卓越周波数の2倍程度の振動数ま でのモードを拾えば十分とか、或いは、10モード以上を重ね合わせれば、実用的には概ね十分としている。 また、本の第5.3.2.d項⁽¹⁾の表5.3-1(p.219)にも記載しているように、20次とか33Hzまでの重ね合わせなども推奨 されている。しかし、33Hz基準を除いては、いずれもケースバイケースの性格であり、完璧ではない。 しかし、何故このような様々な方式が提案されて来たかであるが、従来の耐震設計解析に於いては、コンピュー タの使用費用が非常に高かったため、こうした判断の下に特に解析時間のかかる耐震動解析の計算量を抑制し、 コンピュータ費用を抑えて来たのである。しかし昨今は、耐震解析などもパソコンで簡単にできるようになり、コン ピュータ費用は只同然となっているので、20Hzで打ち切るとか、10モードぐらいでいいとかと限定する必要性は 全くなくなっているのである。従って、

機器・配管の耐震設計に於けるモード重ね合わせに関しては、「33Hz 基準」により判断することが実用的で最良 と考える。

そうすれば、「機器・配管の耐震解析として意味のある解析ができる限界」まで計算し、必要なモードを全て重ね 合わせた結果を得ることができるからである^(注記3)。

33Hz で限定する理由は, これを超える高サイクル振動に対しては, そもそも今の機器・配管の耐震解析法や解析モデル化手法が妥当かどうかの根本問題が出て来るため, 計算しても意味がないからである。この点に関しては, 本の第 7.5 節⁽¹⁾(p.342)をに詳しく述べたので, そちらを是非参照願いたいし, また, 第 7.9 節には, 非常に問題となる「配管サポートのガタの取扱い」に就いて記したので, 併せて, 参照頂きたい。

例えば、本資料に於いて、3 次元簡易配管に就いては、30 次が 948Hz であったが、このような高サイクル振動が、 実在配管として「まともに」(解析通りにと言う意味で)発生するかどうかは疑わしいし、また、実機配管(普通の意味での実物のプラント配管)の設計解析で、このような高サイクル振動が「耐震解析」可能とは元々誰も考えてはいないのである。そして、本資料での解析は、飽くまでも、耐震解析法や解析モデル化の数理問題を究明するための、「机上の・解析計算上の」数値検討に過ぎないと言うことである。また、これは、20B 標準配管の 14 次以降の 30 次までの高サイクル振動に対しても全く同様である。従って、30 次までの解析結果をベースに 13 次までの 累積結果のもつ誤差を約4%・・・云々と評価したが、これも、飽くまでも「机上の・解析計算上の」相対比較としての 誤差との位置づけに過ぎないのである。

(注記3) 建物に就いては、3 次モードとか、或いは5 次モードまでを重ね合わせれば、実用的には十分との解説がなされてい るが、これは、1 本の串団子モデル(数個の質点しかない片持ち梁モデル)で表される建物の話である⁽⁴⁾⁽⁵⁾。 配管などの多スパン梁で、複雑な形状の構造物(自由度も、数 100 程度にもなる)は、10Hz 前後の同じような固有振動数を多 数持つため、数モードの重ね合わせでは少な過ぎる。

8. 関連資料

- (1) 水野貞男「配管の設計解析法」エムエス配管解析技術, 2013年5月
- (2) MSP0008-R00「3次元簡易配管モデルによる地震入力方向の検討」
- (3) MSP0009-R00 「20B 標準配管モデルによる地震入力方向の検討」
- (4) 大屋竹之「地震と耐震設計」 槇書店, 1975 年 3 月, 第 3-5 節(p.73)
- (5)「BRI NEWS Epistula えびすとら」建設省建築研究所(BRI), Vol.25, 1999.8